Chapter 01

신호와 시스템의 개요

Introduction to Signals and Systems

학습목표

- 신호와 시스템의 개념을 이해할 수 있다.
- 신호 처리의 개념을 이해할 수 있다.
- 신호와 시스템의 시각적 표현 방법을 이해할 수 있다.
- 신호와 시스템의 수학적 모형에 대해 이해할 수 있다.
- 정현파의 진폭, 위상, 주기, 주파수를 확실하게 익힐 수 있다.
- 신호의 에너지와 전력에 대해 이해할 수 있다.

신호와 시스템은 우리 주변에서 일상적으로 접하게 되는 장치나 설비에서부터 매우 복잡한 산업 시설에 이르기까지 모든 기술 분야를 망라하여 실제적으로 나타나는 개념이다. 따라서 신호와 시스템에 대한 모델링, 해석, 설계는 공학과 과학 분야에서 매우 중요한 역할을 한다. 21세기의 핵심 기술인 정보통신의 경우, 우리 주위에 있는 정보(문자, 음성, 그래픽, 영상 등)는 일종의 신호로 간주할 수 있으며, 이를 생성, 처리하는 수단을 시스템이라고 할 수 있다.

바늘 가는 데 실이 따라가는 것처럼 신호와 시스템은 불가분의 관계로, 신호만 또는 시스템만 대상으로 하는 것이 아닌 공통적인 취급/분석 방법이 필요하다. 이때 물리적인 형태나 특성이 제각각으로 다양한 수많은 신호와 시스템을 모두 아울러 통일된 틀 안에서 체계적으로 나타내고 다룰 수 있게 하는 것은 무엇보다도 중요한 일이다. 그러기 위해서는 다양한 신호와 시스템들의 본질을 파악하고, 공통된 특징을 추려내서 간결하게 표현하는 일에서부터 출발해야 한다.

따라서 이 장에서는 신호와 시스템에 대한 본격적인 이론 전개에 앞서 신호 및 시스템의 개념 정의와 간단한 예들을 소개하고, 이들의 표현 방법, 그리고 미리 알아두어야 할 기초 개념들에 대해서 간략히 살펴보기로 한다.

Section

1.1 신호와 시스템의 개념

우리는 날마다 다른 사람들과 이야기를 나누거나 음악을 듣고, TV를 보고, 자동차나 지하철을 타고, 전화기와 컴퓨터를 비롯한 갖가지 기계들을 사용하며 살아간다. 이 모든 것들의 물리적 형태나 특성은 매우 다양하지만, 똑같이 신호와 시스템이라고 부른다. 그러므로 신호와 시스템이라는 말이 정확히 무엇을 의미하는지 그 정의와 개념을 잘 이해해둘 필요가 있다. 이 절에서는 신호와 시스템, 그리고 이와 밀접하게 관련된 신호 처리의 개념을 간단히 소개하기로 한다.

학습포인트

- 신호와 시스템의 개념을 이해한다.
- 생활 속에서 접하는 신호와 시스템에는 어떤 것들이 있는지 알아본다.
- 신호 처리의 개념과 주요 범주를 알아본다.

1.1.1 신호

신호의 정의

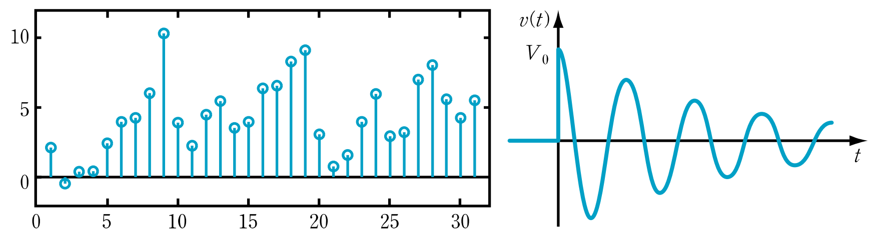
이 세상에 존재하는 실로 다양한 물리적 현상을 묘사하는 신호를 딱 한마디로 정의하기란 쉽지 않지만, 공통적인 신호의 개념과 특성을 정리하면 다음과 같다.

신호signal는 물리량의 변화 형태를 담은 일련의 정보/자료의 집합이다.

- 신호는 다양한 물리적 현상의 동작 또는 성질을 표현한다.
- 신호는 수학적으로 한 개 이상의 독립변수의 함수로 표현된다.
- 정보는 신호가 변화하는 양상 속에 담겨 있다.

음성이나 음악과 같은 음향, 사진이나 TV 화면과 같은 영상, 자동차나 지하철의 속도 등이 바로 신호이며, [그림 1-1]에 나타낸 일별 평균 기온이나 전기회로의 전압(또는 전류)도 신호의 한 예이다.[1]

1 TV/라디오 방송 전파, 교통 신호등, 오디오 스피커로 입력되는 전압/전류, 의학에서의 혈압, 심전도(ECG), 뇌전도(EEG), 회사의 월별/분기별 판매량, 매일의 주식 가격, 월별 강수량 등도 신호의 좋은 예이다.



(a) 춘천의 일별 평균 기온(2013년 3월)　　(b) RLC 병렬회로의 전압

[그림 1-1] **신호의 예**

Ⓠ 신호에는 물리적 현상에 대한 정보가 담겨 **있다? 없다?**

우리가 **신호에 주목하는 이유는 신호 속에 담겨 있는 정보 때문이다**. 예를 들어, 일기 예보는 각 지역별로 기온, 습도, 강우량, 풍속 등에 관해 상세하게 알려준다. 이러한 날씨 데이터는 '사람들이 주말에 야외로 놀러 갈 것인지', '농부들이 비닐하우스의 내부 온도를 얼마나 더 높일 것인지'에서부터 '기업이 음료나 아이스크림의 생산량을 늘릴 것인지 줄일 것인지', '우주 로켓의 발사를 언제 할 것인지' 등의 결정을 내리는 데 중요한 근거로 작용한다.

다시 말해, 신호의 관측과 분석을 통해 보다 합리적인 판단과 행동이 가능하고, 대상을 효율적으로 통제(제어)할 수 있게 되는 것이다. 이것이 우리가 이 책을 통해 신호와 시스템을 체계적으로 배우려는 이유이자 목적이다.

신호의 표현

Ⓠ 신호는 수학적으로 **(함수, 방정식)**으로 표현된다.

Ⓠ 값이 변하지 않으면 신호가 될 수 **있다? 없다?**

Ⓠ 모든 신호는 시간에 대해 항상 연속적이어야 한다. (O, ×)

대부분의 신호는 독립변수가 시간인 함수로 표현된다.[2] 그런데 [그림 1-1]을 보면 [그림 1-1(a)]와 [그림 1-1(b)] 둘 다 가로축이 시간 값을 나타내지만, [그림 1-1(a)]의 온도 신호는 날짜별로 관측된 값이어서 가로축에 대해 1일(24시간) 간격으로 신호의 값이 불연속적으로 표시된 반면, [그림 1-1(b)]의 전압 신호는 시간에 따라 계속 값이 변하여 가로축에 대해 끊어지지 않고 연속적인 파형을 나타낸다. 이때 [그림 1-1(a)]의 경우를 **이산 (시간) 신호** discrete (time) signal, [그림 1-1(b)]의 경우를 **연속 (시간) 신호** continuous (time) signal 라고 한다.[3]

2 전하밀도나 영상 등과 같은 신호들은 공간변수를 독립변수로 갖는다. 예를 들어, 전하가 공 모양의 물체 표면에 분포되어 있다면 전하밀도는 3차원 공간의 함수로 나타난다. 또한 사진과 같은 영상 신호는 평면 좌표($x-y$축) 상의 위치 (x_0, y_0)에서의 밝기(색상)를 값으로 갖는다.

3 이는 신호를 분류하는 가장 기본적인 특성으로, 2.1절에서 자세히 살펴보게 될 것이다.

신호의 형태

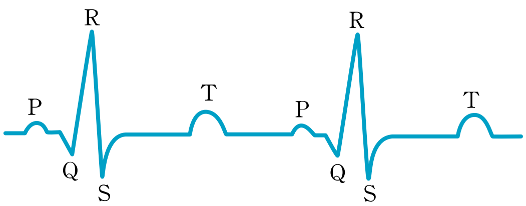
같은 신호라 할지라도 다양한 형태로 나타내거나 저장할 수 있다(물론 이에 따라 신호의 취급 방법도 달라질 것이다). 예를 들어, 사람의 음성은 공기 중에 파동을 발생시켜 이로 인한 압력(음압) 변동을 귀로 전달하는 것이지만, 마이크를 통과한 음성은 전기 신호인 전압으로, 카세트테이프에 저장할 경우에는 자기 신호로, CD나 MP3 파일로 저장할 때에는 이진 숫자열로 표현된다. 이때 마이크의 경우에는 시간에 따른 전압 값의 변화(전압 파형) 속에 음성에 관한 정보가 담기게 되고, MP3 파일의 경우에는 이진 숫자열의 변화, 즉 이진 부호가 달라지는 양상 속에 음성에 관한 정보가 담기게 된다.

많은 공학자들은 위치, 온도, 속도, 힘, 빛의 세기 등과 같은 물리적 현상을 묘사하는 신호들을 기본적으로 전기 신호로 변환하기를 선호한다. 왜냐하면 전기 신호는 측정이 쉽고 간단하게 표현할 수 있을 뿐만 아니라 전기전자회로나 컴퓨터 등을 통해 다양한 처리가 가능하기 때문이다.

Note

✔ 심전도 신호

사람의 심장은 자율신경계로 조정되는 근육의 수축과 이완을 통해 '대정맥 → 우심방 → 우심실 → 폐동맥 → 폐 → 폐정맥 → 좌심방 → 좌심실 → 대동맥 → 온몸 → 대정맥'의 경로로 혈액을 순환시킨다. 심장의 전기적인 활동을 몸에 붙인 전극을 통해 측정하는 심전도(ECG) Electro Cardio Gram는 중요한 생체 신호로서, 전형적인 파형은 [그림 1-2]와 같다. 그림에서 P는 좌우 심방의 수축을 나타내며, QRS는 심실의 수축이 일어나는 기간이고, T는 심실의 이완기에 해당한다. P와 QRS 사이는 심실에 혈액을 충분히 채울 수 있도록 신경 자극의 전달이 지연되는 기간이며, S와 T 사이는 심실의 수축이 지속하는 기간이다.



[그림 1-2] **전형적인 ECG 신호**

의사들은 이러한 심전도 파형을 보고 심장의 이상 유무를 판단하게 된다. 그런데 심전도를 측정할 때 전극을 통해 감지되는 전압은 mV 정도의 극히 미약한 신호이므로 측정 환경이나 계측기 전원 등의 영향을 받아 [그림 1-2]와 같은 깨끗한 파형이 얻어지지 않는다. 따라서 바른 의학적 진단을 내릴 수 있는 깨끗한 파형을 얻기 위해 필터를 이용하여 신호를 처리하게 된다.

1.1.2 시스템

시스템의 정의

Q 시스템은 수학적으로 **(함수, 방정식)**으로 표현된다.

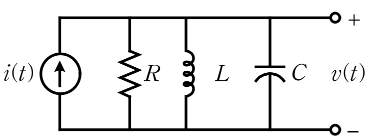
신호를 매개체로 정보를 전달하고 이용하려면 신호를 만들어 내거나 신호로부터 필요한 정보를 뽑아내야 하는데, 이러한 일을 하는 것이 바로 시스템이다. **시스템은 주어진 신호를 특정한 목적에 맞도록 조작하고 처리해내는 장치**를 말한다.

> **시스템**system은 일련의 신호를 받아들여 어떤 작용을 거쳐 다른 일련의 신호를 만들어내는 실체로서 신호의 변환, 가공, 추출, 전송 등의 일들을 수행한다.
> - 시스템은 특정한 신호(입력)에 대한 반응으로 다른 신호(출력)를 발생한다.
> - 시스템은 입력, 출력, 그리고 동작 규칙에 의해 명확하게 규정된다.
> - 시스템은 수학적으로 하나 또는 여러 개의 방정식으로 표현된다.

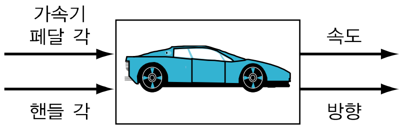
Q 시스템은 항상 단일한 구성 요소로 이루어진다. (O, ×)

Q 시스템은 입력과 출력을 가진다. (O, ×)

시스템은 특별한 목적을 달성하는 데 필요한 기기device, 공정process, 알고리즘algorithm 등의 각종 구성 요소component들이 유기적으로 배열되어 하나로 묶인 집합체로, 주어진 신호를 알맞게 조작하고 처리한다. 예를 들어, [그림 1-3(a)]의 전기회로는 저항, 인덕터, 커패시터로 이루어져 입력 전류에 따라 단자 전압을 출력으로 내며, [그림 1-1(b)]는 이러한 출력의 한 예이다. [그림 1-3(b)]의 자동차는 차체, 엔진, 바퀴, 가속기, 브레이크, 변속기, 핸들 등으로 이루어져 있으며, 기본적으로 핸들과 가속기를 이용하여 차의 진행 방향과 주행 속도를 조절한다. 여기서 핸들 각과 가속기 페달 각은 입력 신호에 해당하고 차의 진행 방향과 주행 속도는 출력 신호가 된다.[4]



(a) RLC 병렬회로



(b) 자동차

[그림 1-3] **시스템의 예**

4 공학에서 주로 다루는 시스템의 예로는 전기전자회로, 음향/영상 장비, 운송 장치, 통신 장비, 생산 설비 등을 들 수 있으며, 이 밖에 주식 시장이나 경제 시스템, 인체와 같은 생체도 시스템의 좋은 예라 할 수 있다.

시스템의 구성

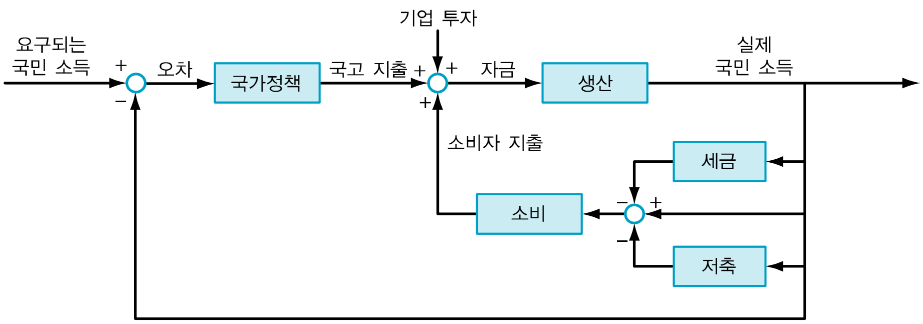
시스템은 전기전자회로나 기계 장치와 같이 물리적으로 존재하는 요소(하드웨어)만으로 구성될 수도 있고, 시스템의 기능을 알고리즘화하여 컴퓨터 프로그램(소프트웨어)으로 구현할 수도 있다. 또한 두 구성을 결합한 형태로 구현되기도 한다. 예를 들어, 오디오 시스템에 달린 등화기equalizer의 경우 예전에는 IC와 전기전자 부품들을 사용하여 만들어진 복잡한 회로였으나, 최근에는 알고리즘을 탑재한 전용 칩 하나로 대체되는 경우가 많다.[5]

Q 물리적인 실체를 가지지 않는 것은 시스템이 될 수 있다? 없다?

Note

✔ 경제 시스템

우리가 거리낌 없이 사용하는 경제 시스템이란 말은 눈에 보이는 물리적 실체가 없어도 시스템이 되는 하나의 좋은 예이다. [그림 1-4]는 국가의 경제 성과를 평가하는 주요 지표인 국민 소득(또는 국민 총생산)에 대한 모델로서, 실제로는 훨씬 복잡하지만 아주 단순화한 것이다.



[그림 1-4] **국가 경제 시스템**

정부는 목표한 국민 소득에 맞추어 세금, 통화, 사회간접자본 확충, 산업 진흥 및 기업 지원 등 각종 국가 정책을 통해 (투자 및 소비를 진작시키고) 국고 지출을 적절하게 조절한다. 이러한 국고 지출과 더불어 (개인 소득에서 세금과 저축을 제외한) 소비자 지출과 기업 투자가 생산에 투입되어 그 결과물로 실제 국민 소득이 산출되는 것이다. 이러한 경제 시스템에는 전자 제품이나 기계 장치와 같이 하드웨어적인 구성 요소가 전혀 없지만, 개념적 요소들이 유기적으로 결합하여 목적에 맞도록 정보(신호)를 처리하여 원하는 결과(신호)를 만들어낸다. 현대 경제학자들은 다양한 경제 현상을 분석하기 위해 [그림 1-4]보다 훨씬 복잡한 모델들을 수립하고 분석하기 때문에 공학자 이상의 수학적 능력이 요구된다.

5 예를 들어, 클래식, 록 등 음악의 종류나 콘서트홀, 스타디움 등 장소 유형에 맞추어 적절한 음향 효과를 재현할 수 있게 미리 프로그램화하고, 이를 간단한 버튼 조작으로 선택할 수 있을 것이다. 이러한 기능은 하드웨어만으로 제공하기가 쉽지 않다.

1.1.3 신호 처리

신호 처리의 정의와 유형

Q 시스템 없이 신호 처리가 가능하다. (O, ×)

보통 신호에는 유용한 정보와 불필요한 정보가 섞여 있다. 그러므로 신호에서 유용한 정보를 뽑아내거나 용도에 맞게 가공, 개선하려면 의도적이고 계획된 조작이 필요한데, 이를 신호 처리라고 한다. 이러한 신호 처리는 시스템에 의해 이루어진다.

신호 처리signal processing는 원하는 결과를 얻을 수 있도록 시스템을 이용하여 신호에 대해 교환, 변환, 가공, 전송, 저장 등의 조작을 수행하는 작업으로, 대체로 다음의 네 가지 범주로 나눌 수 있다.

- **해석** : 신호에서 원하는 특정 정보를 빼내어 적절한 방법으로 표현한다.
- **합성** : 조절 신호를 이용해 원하는 출력 신호를 발생한다.
- **변환** : '전기 → 빛'처럼 신호의 물리적인 형태를 다른 형태로 바꾼다.
- **필터링** : 불필요한 성분을 제거하거나 바람직한 형태로 신호를 변형한다.

Q 신호 처리의 주요 범주로는 **(변환, 측정, 해석, 샘플링, 합성, 필터링)** 등이 있다.

이러한 신호 처리의 유형을 이해하기 위해 '알리바바와 40인의 도둑' 이야기에서 "열려라 참깨!"라는 암호로 동굴 문을 여는 장면을 현대판 보안 시스템으로 바꾸어 생각해보자. 바람이 몹시 부는 날, 동굴 앞에 서서 마이크에다 "열려라 참깨!"라고 외치면 보안 시스템이 암호가 맞는지를 따져본 후 "출입을 승인합니다."라고 말하며 문을 열어줄 것이다. 여기서 마이크는 사람의 음성 신호를 전기 신호로 바꾸어주는(변환) 신호 변환기이고, 마이크로 감지한 소리 중에 심한 바람 소리를 걸러내고 사람의 음성만을 깨끗하게 뽑아내어(필터링) 암호 해독기로 보내주는 장치는 신호에 대한 필터가 될 것이며, 이 신호가 "열려라 참깨!"가 맞는지를 판별하는(해석) 암호 해독기는 신호 해석기가 된다. 마지막으로 "출입을 승인합니다."라는 기계음을 만들어내는(합성) 음성 합성 장치는 신호 합성기가 될 것이다.

Note

✔ 핸드폰 문자(메시지) 전송

대부분의 실제 응용에서 신호 처리는 다양한 기술과 시스템이 복합된 작업이다. 아주 단순해 보이는 핸드폰 문자(메시지) 전송을 예로 살펴보자. 문자를 작성하면 핸드폰이 이를 이진 부호로 바꾼 뒤 발/수신 전화번호 정보와 함께 무선 송신에 알맞은 형태로 신호를 변조한다. 그리고 안테나를 통해 기지국으로 전송한다. 기지국에서는 수신된 정보를 해석한 뒤 멀리 보낼 수 있도록 다시 한 번 변조 과정을 거쳐 안테나를 통해 송신한다. 그리고 수신자의 핸드폰이 공중에 떠다니는 많은 신호 중에서 자신의 신호를 검출하여 복조와 복호화의 과정을 거치면, 비로소 핸드폰에 문자가 전송되는 것이다.

핵심포인트

- 신호는 물리량의 변화 형태를 담은 일련의 정보/자료의 집합으로, 수학적으로는 (보통 시간의) 함수로 표현된다.
- 신호에 주목하는 이유는 정보 때문으로, 정보는 신호가 변화하는 양상 속에 담겨 있다.
- 같은 신호라 할지라도 다양한 형태로 나타내거나 저장할 수 있다.
- 시스템은 주어진 신호(입력)를 특정한 목적에 맞도록 조작하고 처리하여 다른 신호(출력)를 만들어내는 실체로서 신호의 변환, 가공, 추출, 전송 등의 일들을 수행한다.
- 시스템은 입력, 출력, 그리고 동작 규칙에 의해 명확하게 규정되며, 수학적으로는 방정식으로 표현된다.
- 시스템은 하드웨어나 소프트웨어로 구성할 수 있으며, 둘을 결합한 형태로 구현되기도 한다.
- 신호 처리는 원하는 결과를 얻을 수 있도록 시스템을 이용하여 신호를 조작하는 작업으로, 대체로 해석, 합성, 변환, 필터링의 네 가지 범주로 나눌 수 있다.

Section

1.2 신호와 시스템의 표현

우리가 신호 및 시스템과 관련하여 주로 하게 되는 일들은 크게 해석analysis과 설계design로 나눌 수 있다. 전기회로에서 인가되는 전압, 전류에 대해 각 회로 소자의 전압, 전류 분포가 어떻게 되는지를 알아내는 것은 해석에 해당되고, 음성 신호의 잡음 제거나 손상된 영상의 깨끗한 복원을 위한 특별한 필터를 개발하는 것은 설계에 해당된다. 해석이든 설계든 간에 출발점은 신호와 시스템을 알기 쉬우면서도 간단명료하게 나타내는 것이다. 신호와 시스템에 대한 표현 방법으로는 이들에 대한 직관적이고 전체적인 이해를 도와주는 시각적 표현과 논리적으로 접근하고 분석할 수 있게 해주는 이론적 표현이 있다. 이 절에서는 이 두 가지 표현 방법에 대해 간단히 살펴보기로 한다.

학습포인트

- 신호의 파형 개념을 이해한다.
- 블록선도의 개념과 쓰임을 파악한다.
- 블록선도의 연결 방법에 대해 알아본다.
- 신호와 시스템의 시간 영역 표현과 주파수 영역 표현의 개념을 이해한다.
- 시스템의 수학적 모형의 종류에 대해 알아본다.
- 시스템의 입출력 표현과 상태 공간 표현의 차이를 이해한다.

1.2.1 시각적 표현 : 파형과 블록선도

신호의 파형

우리가 신호의 특성을 알아보기 위해 가장 쉽게 할 수 있는 일은 무엇일까? 아마도 신호의 값의 변화를 그래프로 나타내는 일일 것이다. 전기회로에 흐르는 전류는 오실로스코프나 $X-Y$ 기록계와 같은 장치를 이용하여 시간에 대해 연속적으로 값을 표시할 수 있으며, 주식 가격은 매일 폐장할 때의 가격을 그래프로 나타낼 수 있다. 이렇게 **시간에 따른 신호의 값의 변화를 그래프로 나타낸 것을 신호의 파형**이라고 한다. 파형은 신호의 값의 변화 형태, 폭, 속도, 주기성 등의 특성들을 한 눈에 파악할 수 있게 해주므로 신호 해석에 유용하게 활용된다.[6]

Q 시간에 따른 신호의 값의 변화를 그래프로 나타낸 것을 **무엇이라 하는가?**

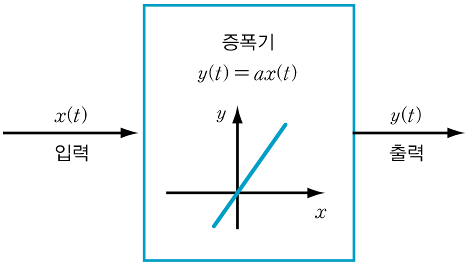
6 [그림 1-1(a)]에서 춘천의 평균 기온이 3월 중순을 넘어서면 영하로 떨어지지 않는다든지, [그림 1-1(b)]에서 RLC 병렬회로의 전압은 시간이 지남에 따라 값이 점점 작아지면서 진동한다든지 등을 한 눈에 바로 알 수 있다.

신호의 파형은 시간에 따른 신호의 값의 변화를 그래프로 나타낸 것이다. 파형을 보면 신호의 특성과 관련한 기초적인 정보들을 파악할 수 있다.

암상자 블록

시스템은 암상자black box 블록을 이용하여 시각적으로 나타낼 수 있다. 시스템의 실제적인 내부 구조가 어떻게 만들어져 있는지는 상관하지 않고, [그림 1-5]와 같이 입력 단자와 출력 단자를 갖는 사각 블록에 시스템의 명칭 또는 입력과 출력의 관계를 규정짓는 수식이나 그래프 등을 표시한다. 그러면 시스템의 기능이나 동작 특성을 쉽게 파악할 수 있다.

Q 시스템의 암상자 블록에는 기능이나 특성을 말해주는 **(수식, 명칭, 정격)** 등을 표시한다.



[그림 1-5] **시스템의 암상자 블록 표현**

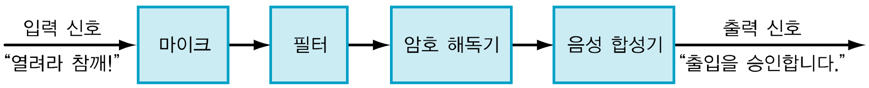
블록선도

시스템은 오직 하나의 시스템만으로 이루어지는 경우도 있지만, 대부분은 부시스템subsystem이라고 하는 여러 개의 작은 시스템이 모여서 하나의 전체 시스템을 이룬다. 따라서 이러한 경우에는 각 부시스템을 암상자 블록으로 나타낸 뒤, 신호의 흐름에 따라서 이들을 순서대로 연결하면 된다. 블록선도를 통해서 시스템의 전체적인 구성과 기능, 부시스템 간의 상호 관계 등을 한눈에 파악할 수 있다.

블록선도block diagram는 시스템을 구성하는 각 부시스템을 암상자 블록으로 나타내고, 블록 안에 그 시스템의 기능이나 특성을 나타내는 수식, 그래프, 명칭 등을 표시한 뒤, 신호의 흐름에 따라 각 블록 간의 연결 관계를 그려 놓은 그림이다.

1.1절에서 살펴본 '알리바바와 40인의 도둑' 이야기의 보안 시스템을 실제로 만든다고 생각해보자. 비록 보안 시스템이라는 이름으로 하나의 시스템처럼 취급되긴 하지만, 뜯어보면 기능도 다르고 물리적으로도 다른 여러 시스템들이 묶여 있어서 통째로 다루기엔 복잡하고 무리가 따른다.

그러므로 몇 개의 부시스템으로 나누어, 먼저 각 부시스템의 기능과 동작 특성을 파악한 뒤에 각 부시스템 간의 관계를 파악하여 전체 시스템을 분석하고 설계하는 것이 바람직하다. [그림 1-6]은 이러한 접근법을 통해 '알리바바와 40인의 도둑' 이야기의 보안 시스템을 블록선도로 나타낸 것이다.



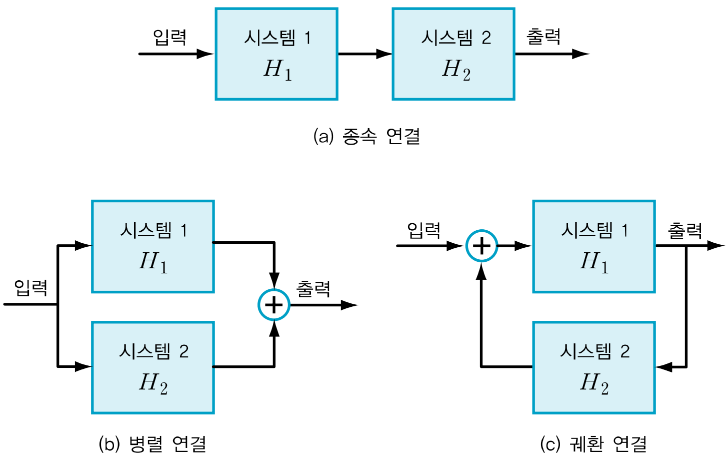
[그림 1-6] '알리바바와 40인의 도둑' 이야기의 보안 시스템 블록선도

블록선도의 연결

> Q 블록선도에서 시스템 간의 기본적인 연결 방식은 (**종속, 하이브리드, 병렬**) 연결이다.

> Q 궤환 연결은 병렬 연결의 특수한 형태이다. (O, X)

블록선도에서 시스템 간의 연결은 [그림 1-7]에 나타낸 것처럼 기본적으로 종속 연결과 병렬 연결의 두 가지 방법이 있으며, 종속 연결의 특수한 경우로서 궤환 연결이 있다. [그림 1-7(a)]는 종속 연결, [그림 1-7(b)]는 병렬 연결을 나타낸 것이다. 그리고 [그림 1-7(c)]는 궤환 연결의 경우로서 시스템에서 중요한 역할을 하며 널리 사용된다.



[그림 1-7] 블록선도의 연결 방법

- **종속**cascade **연결**은 두 시스템을 앞뒤로 연결하여 시스템 1의 출력이 시스템 2의 입력이 되는 형태의 연결이다.
- **병렬**parallel **연결**은 두 시스템을 나란히 늘어세우고 같은 입력을 인가하여 나오는 각각의 출력을 더해 전체 시스템 출력이 얻어지는 형태의 연결이다.
- **궤환**feedback **연결**은 시스템 2의 출력이 다시 시스템 1의 입력단으로 되먹임되며 시스템 1의 출력이 전체 시스템의 출력이 되는 형태의 연결이다.

종속 연결과 병렬 연결의 결과를 수식적으로 표현하면 다음과 같다. 이때 $H\{x\}$는 시스템 H에 x를 입력으로 넣었을 때 얻어진 결과(출력)를 뜻한다.

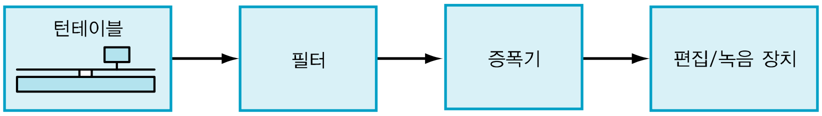
$$\text{종속 연결 : } y(t) = H_2\{\,H_1\{x(t)\}\,\} \tag{1.1}$$

$$\text{병렬 연결 : } y(t) = H_1\{x(t)\} + H_2\{x(t)\} \tag{1.2}$$

Note

✔ 음반 복각 시스템

요즘 보급형 오디오에는 턴테이블이 없는 경우가 대부분이다. 이는 LP판이 점차 사라지고 CD가 주류를 이루고 있기 때문이다. 그러나 음악 애호가들은 LP 시대에 나왔던 음악, 심지어 스테레오도 아닌 모노 시대에 녹음되었던 거장들의 명반이나, 초창기 축음기 시대의 연주에 대해 향수를 느끼고 찾는다. 따라서 음반 제작사에서는 옛 음반을 CD로 다시 만드는(복각) 작업을 하기도 한다. 이러한 음반 복각 시스템의 개략적인 구성은 [그림 1-8]의 블록선도와 같다.



[그림 1-8] 음반 복각 시스템

턴테이블에서는 바늘과 카트리지부가 레코드판에 홈의 형태로 새겨진 소리를 홈의 깊이에 비례하는 크기의 전압으로 변환시켜서 필터로 보낸다. 그러면 필터에서는 쉿쉿거리는 히스hiss와 같은 잡음들을 제거하고, 증폭기를 통해 필터링된 음원을 증폭하여 섬세한 신호 처리가 이루어질 수 있도록 충분한 신호 레벨을 확보한다. 편집/녹음 장치는 이 신호에 대해 피치 조정, 스테레오(또는 채널) 분리, 채널별 이득(레벨) 조정 등 여러 가지 작업을 진행하여 마치 최근에 스튜디오에서 녹음한 것처럼 깨끗한 음질로 탈바꿈시킨 뒤 디지털화하여 CD로 새롭게 탄생시키게 된다. 이처럼 음반 복각 시스템도 여러 개의 부시스템으로 구성된 시스템이며, [그림 1-8]에서 하나의 블록으로 표시된 편집/녹음 장치는 다시 여러 개의 부시스템으로 쪼개어 보다 상세한 구성을 보여주는 블록선도로 만들 수 있다.

1.2.2 이론적 표현 : 수학적 모형화

세상에는 매우 다양한 형태의 신호와 시스템이 존재한다. 이들은 물리적인 형태나 성질도 제각각이며, 모양과 크기도 많이 다르다. 만약 신호와 시스템을 표현하고 해석하는 방법이 그들의 종류만큼이나 많다면 덤벼들 엄두가 안 나겠지만, 다행히도 수학의 힘을 빌려 각양각색의 신호와 시스템의 본질만을 추출하여 통일된 틀 안에서 일관성 있게 나타낼 수 있다.

[그림 1-3(a)]의 전기회로를 생각해보자. 이 회로는 실제 회로가 아니라 회로의 전자기적인 물리적 성질들을 저항, 커패시턴스, 인덕턴스 등으로 단순화시켜 나타낸 모형이다. 이에 '회로상의 한 점(마디)에서 들어오는 전류와 나가는 전류의 양은 같다'는 키르히호프Kirchhoff의 전류 법칙을 적용하여 입력과 출력의 관계에 대한 다음의 방정식을 세움으로써 그 전기회로의 동작 특성을 표현할 수 있다.

$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t) = \frac{1}{R}v(t) + \frac{1}{L}\int v(t)dt + C\frac{dv(t)}{dt} \tag{1.3}$$

이것이 바로 수학적 모형화인데, 이미 1.1절에서 언급한 바와 같이 **수학적 모형에서 신호는 함수에 의해 표현되며, 시스템은 방정식으로 표현된다.**[7]

신호의 표현 : 함수

Q 신호를 주파수의 함수로 표현한 것을 스펙트럼이라고 한다. (O, X)

대부분의 신호는 시간의 흐름에 따른 값의 변화를 나타내므로 보통 시간의 함수로 표현된다. 예를 들어, 우리나라 가정에 공급되고 있는 상용 전압은 $v(t) = \sqrt{2}\, 220 \cos(120\pi t)$로 나타낼 수 있다.

- 신호는 수학적으로 함수로 표현되며, 보통 시간의 함수로 나타낸다.
- 신호의 (주파수) **스펙트럼** spectrum은 신호를 주파수의 함수로 나타낸 것이다.
- 신호/시스템의 변수가 시간이면 **시간 영역**time domain 표현, 주파수이면 **주파수 영역**frequency domain 표현이라고 한다.

7 수학적 모형을 사용하면 용광로의 온도, 자동차의 속도, 전기회로의 전압과 전류, 진자의 위치 등 물리적인 형태와 특성이 매우 다양한 신호와 시스템이라 할지라도 같은 틀 아래서 정량적 분석과 이론적 취급이 가능해진다.

신호의 특성을 파악하고 분석할 때, 신호를 주파수의 함수로 표현한 스펙트럼을 이용하는 편이 유용할 때가 많다. 스펙트럼은 관측 값으로부터 직접 구할 수 있는 시간 함수 표현과 달리, 시간 함수에 대해 **변환**transform이라는 과정을 거쳐야만 얻을 수 있다.[8]

시스템의 표현 : 방정식

시스템은 입력 신호에 대한 반응으로 출력 신호를 만들어내는 것이므로, 시스템의 수학적 모형은 결국 입력 신호와 출력 신호의 관계를 나타내는 수식(방정식)이 된다. 그러므로 시스템도 시간이 변수인 시간 영역 표현과 주파수가 변수인 주파수 영역 표현의 두 가지 수학적 표현이 가능하다. 또한 시스템의 수학적 모형은 **입출력 표현**input/output representation(**외적 표현**external description)과 **상태 공간 표현**state space representation(**내적 표현**internal description)의 두 부류로 나눌 수도 있다.[9]

Q 신호와 시스템은 시간 영역과 주파수 영역의 두 가지 표현 방식이 가능하다. (O, X)

- 입출력 표현은 시스템의 내부적인 동작 특성은 상관하지 않고, 오직 입력과 출력의 관계만을 수식으로 표현한 것이다.
- 상태 공간 표현은 시스템의 과거, 현재, 미래의 동작에 대한 정보를 담고 있는 **상태변수**state variable라는 개념을 이용하여 입출력 관계뿐만 아니라 시스템의 내부적인 동작 특성도 함께 방정식으로 표현한 것이다.

시스템의 수학적 모형 중에서 식 (1.3)과 같은 미분(차분)방정식, 컨벌루션convolution, 상태방정식은 시간 영역 표현에 해당하고, 주파수 응답, 전달함수는 주파수 영역 표현에 해당된다. 한편, 시스템의 입출력 표현 모형은 미분(차분)방정식, 컨벌루션, 주파수 응답, 전달 함수 등이고, 상태 공간 표현 모형은 상태방정식이 해당된다. 상태방정식은 상태변수에 대한 다원 1차 연립 미분(차분)방정식의 형태가 되는데, 시스템의 내부 동작 특성을 파악할 수 있으므로 입출력 표현에 비해 특성 해석에 여러 장점이 있다. 이러한 시스템의 수학적 모형들을 [표 1-1]에 정리하여 나타내었다.

Q 시스템의 시간 영역 표현으로는 **(미분방정식, 상태방정식, 전달 함수)** 등이 있다.

Q 시스템의 입출력 표현에는 **(컨벌루션, 주파수 응답, 상태방정식)** 등이 있다.

Q 상태 공간 표현으로는 시스템의 내부 동작 특성을 파악할 수 **있다? 없다?**

8 스펙트럼과 변환은 이 책의 중반부(6장) 이후의 모든 내용과 관련될 만큼 중요한 주제이므로 잘 익혀두어야 한다.

9 분량 및 여타 주제들과의 연계성 등을 고려하여 이 책에서는 아쉽게도 상태 공간 표현을 다루지 않는다(제어공학이나 고급 시스템 이론에서 이에 대해 잘 배울 수 있을 것이다).

[표 1-1] 시스템의 수학적 모형

표현	시간 영역 표현	주파수 영역 표현
입출력 표현	미분/차분방정식	주파수 응답
	컨벌루션	전달 함수
상태 공간 표현	상태방정식	–

수학적 모형화의 한계

일반적으로 수학적 모형은 실제 신호와 시스템을 한 치 오차도 없이 완벽하게 표현한 것이 아니라 이상적인 상황을 나타낸 것이다.

Q 수학적 모형은 실제 신호와 시스템을 100% 완벽하게 표현할 수 있다. (O, X)

앞에서 예를 들었던 가정용 상용 전압의 경우, 발전기 구조가 물리적으로 완벽한 대칭이 아니고 재질의 전자기적 특성이 균일하지 않은 등 여러 요인으로 인해 실제로는 정확히 정현파가 되지 못한다. RLC 병렬회로에 대한 식 (1.3)의 시스템 모형도 마찬가지이다. 엄밀히 말해 저항(R), 인덕턴스(L), 커패시턴스(C) 등 회로의 전기적 특성은 한 점에 집중되어 있지 않을 뿐더러 불변이 아니고 미미하나마 시간에 따라 값이 변한다. 그럼에도 불구하고 정현파 함수로 전압을 표현하고 식 (1.3)과 같이 전기회로를 모형화하는 이유는 그렇게 **단순화한 모형과 실제와의 차이, 즉 오차를 무시해도 신호와 시스템의 기본적인 특성을 묘사하거나 해석하는 데 지장이 없기 때문이다.**

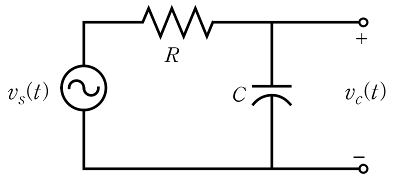
물리적으로 존재하는 많은 요인들을 세세하게 고려하면 할수록, 수학적 모형은 세우기도 어렵거니와 복잡해진다. 수립된 모형이 유용하려면 다루기가 쉬워야 하므로, 가능한 한 범위 내에서 가장 단순한 모형을 구하도록 노력할 필요가 있다. 다만 주의할 점은 모형 수립의 목적이나 이용 가치가 훼손되지 않을 만큼 충분한 정확도를 동시에 확보해야 한다는 것이다. 왜냐하면 신호와 시스템을 해석하고 설계하는 작업은 대부분 수학과 컴퓨터를 도구로 하여 물리적 실체가 아닌 그 모형을 대상으로 이루어지므로, 결과가 얼마나 잘 들어맞고 쓸모 있는가는 모형의 정확도에 달려 있기 때문이다.[10]

10 수학적 모형은 단순화와 정확도 사이의 절충trade-off이 필요하다. 신호와 시스템의 수학적 모형화는 시작이 반이라는 속담이 딱 들어맞을 만큼 해석이나 설계 이상으로 중요한 작업이지만, 이 책에서는 주로 수학적 모형화 이후의 작업, 특히 해석에 초점을 맞추어 중점적으로 다루게 될 것이다.

예제 1-1 전기회로(저역통과 필터)의 수학적 모형

[그림 1-9]는 가장 간단한 저역통과 필터회로이다. 이 회로의 수학적 모형을 다음과 같이 구하라.

(a) 입출력 표현 : 미분방정식, 전달 함수, 컨벌루션
(b) 상태 공간 표현



[그림 1-9] 저역통과 필터회로

풀이

(a) 입출력 표현으로 미분방정식, 전달 함수, 컨벌루션을 구해보자.

❶ 미분방정식(시간 영역)
전원이 포함된 폐로closed loop에 대해 키르히호프의 전압 법칙을 적용하면

$$v_S(t) = v_R(t) + v_C(t) = Ri(t) + v_C(t)$$

이다. 또한 폐로 전류 $i(t)$를 C 양단 전압 $v_C(t)$로 나타내면 다음과 같다.

$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

따라서 이를 처음의 회로방정식에 대입하여 정리하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$v_S(t) = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) \tag{1.4}$$

❷ 전달 함수(주파수 영역)
식 (1.4)를 라플라스Laplace 변환(8장 참조)하면 다음과 같다.

$$V_s(s) = RCs\,V_C(s) + V_C(s)$$

따라서 복소 주파수(s) 영역에서 표현된 입력과 출력의 비로 정의되는 전달 함수 $H(s)$는 다음과 같이 된다.

$$H(s) = \frac{V_C(s)}{V_S(s)} = \frac{1}{RCs+1} \tag{1.5}$$

❸ 컨벌루션(시간 영역)
임펄스 응답(4장 참조)을 이용하여 입출력 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$v_C(t) = \int h(t-\tau)v_s(\tau)d\tau \tag{1.6}$$

여기서 $h(t)$는 임펄스 응답으로서 식 (1.5)를 역 라플라스 변환하여 구할 수 있다.

$$h(t) = \frac{1}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

(b) 상태 공간 표현을 위해 식 (1.4)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{1}{RC}v_C(t) + \frac{1}{RC}v_S(t)$$

여기서 상태변수를 $x(t) = v_C(t)$로 정의하고 시스템의 출력을 $y(t)$로 나타내면, 위 식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{1}{RC}x(t) + \frac{1}{RC}v_S(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \tag{1.7}$$

식 (1.7)과 같이 상태변수에 의해 시스템을 표현한 것을 상태방정식이라 하며, 일반적으로 다원 1차의 연립 미분방정식 형태로 나타나게 된다.

핵심포인트

- 신호의 파형은 시간에 따른 신호의 값의 변화를 그래프로 나타낸 것으로, 신호의 특성과 관련된 기초적인 정보들을 파악할 수 있다.
- 블록선도는 각 시스템 구성 요소를 블록으로 나타내고 신호의 흐름에 따라 블록 간의 연결 관계를 그려 놓은 그림으로, 시스템의 전체적인 구성과 기능, 부시스템 간의 상호 관계 등을 한 눈에 파악할 수 있다.
- 블록선도에서 시스템 간의 연결은 종속 연결과 병렬 연결의 두 가지가 있으며, 종속 연결의 특수한 형태로 궤환 연결이 있다. 연계 [그림 1-7]
- 신호와 시스템의 수학적 모형은 변수가 시간인 시간 영역 표현과 변수가 주파수인 주파수 영역 표현으로 나눌 수 있다.
- 신호는 수학적으로 함수로 표현되는데, 시간 함수 또는 주파수의 함수인 (주파수) 스펙트럼으로 나타낸다.
- 시스템은 수학적으로 방정식으로 표현되는데, 시간 영역 표현과 주파수 영역 표현 또는 입출력 표현과 상태 공간 표현으로 나눌 수 있다. 연계 [표 1-1]
- 입출력 표현은 시스템의 내부 동작 특성은 상관하지 않고 오직 입력과 출력의 관계만을 수식으로 표현한 것으로, 미분/차분방정식과 컨벌루션(시간 영역), 주파수 응답과 전달 함수(주파수 영역) 등이 있다.
- 상태 공간 표현(시간 영역)은 상태변수를 이용하여 입출력 관계뿐만 아니라 시스템의 내부 동작 특성도 함께 방정식으로 표현한 것으로, 다원 1차 연립 미분(차분)방정식의 형태가 된다.

Section

1.3 관련 기초 개념

신호와 시스템을 다룰 때 자주 사용되는 익숙한 개념이나 용어인데도 정확한 정의나 의미를 설명하려면 막상 말문이 막히는 경우가 종종 있다. 이 절에서는 신호와 시스템과 관련하여 미리 알아두어야 할 필수적인 기초 개념에 대해 간략히 살펴보기로 한다.

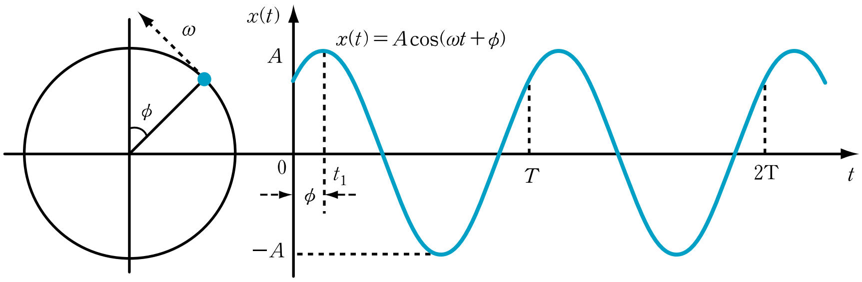
학습포인트

- 정현파 신호와 관련하여 진폭, 위상, 주기, 주파수의 개념을 이해하고, 상호 간의 관계를 파악한다.
- 주파수와 신호 파형 사이의 관계를 이해한다.
- 위상과 시간축에서의 신호 이동과의 관련성을 파악한다.
- 신호의 에너지와 전력, 그리고 실효값의 개념을 이해한다.
- 데시벨의 정의를 알아본다.

1.3.1 정현파와 진폭, 위상, 주기, 주파수

정현파의 발생

정현파 sinusoids는 신호와 시스템에서 가장 기본이 되는 신호로, 이미 아는 바와 같이 삼각 함수의 사인과 코사인 함수로 정의된다. 정현파는 [그림 1-10]에 나타낸 것처럼 길이가 A인 실에 매달려 반시계 방향으로 각속도 ω를 가지고 T초마다 한 바퀴씩 등속 회전 운동을 하는 공의 위치 $x(t)$를 시간에 대해 그려서 얻을 수 있다.[11]



[그림 1-10] 정현파의 발생

11 수직축 상의 위치를 그리면 코사인파가 되고 수평축 상의 위치를 그리면 사인파가 된다. 두 파형은 모양이 같고 다만 두 축이 이루는 각(직각)에 해당하는 $90°(\pi/2)$의 각 차이만 가진다.

공이 $t=0$에서 수직축과 ϕ만큼의 각을 이룬 위치에서 출발하여 등속 회전 운동을 함에 따라 공의 위치 $x(t)$는 A와 $-A$ 사이를 오가며 진동하게 된다. 공이 한 바퀴를 돌고 나면 다시 처음 출발했던 자리로 돌아오게 되므로, 공이 한 바퀴씩 돌 때마다 정현파는 같은 파형을 반복하게 된다.

진폭, 위상, 주기, 주파수

Q 정현파는 **(파형, 진폭, 주파수, 파장, 위상)**에 의해 완전하게 정의된다.

[그림 1-10]에서 A는 정현파 $x(t)$가 진동하면서 가질 수 있는 값의 범위, ω는 단위 시간(1초)에 정현파가 이동할 수 있는 라디안radian 각, ϕ는 $t=0$에서 정현파의 출발 위치를 결정하는 요소로 원점에서 코사인파의 꼭짓점(사인파의 영점)까지 각으로 표시된 거리이다. 결국 정현파는 다음과 같이 A, ϕ, ω의 세 가지 요소에 의해 완전하게 정의될 수 있다.

$$x(t)=A\cos(\omega t+\phi) \tag{1.8}$$

이때 A를 **진폭**amplitude, ϕ를 **위상**phase, ω를 **각주파수**radian frequency 라고 한다. 한편, 공이 T초에 한 바퀴 도는 동안 2π[rad]만큼의 각을 이동하므로, T와 ω 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f \tag{1.9}$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{1}{f} \tag{1.10}$$

$$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{1.11}$$

Q 정현파의 주파수와 주기는 서로 무관하다. (O, X)

T는 정현파가 같은 파형이 반복되는 (최소)시간 간격으로, 이를 **(기본)주기**(fundamental) period라고 하며, 역으로 f는 단위 시간(1초)에 같은 파형이 반복되는 횟수, 즉 정현파가 1초에 몇 번이나 진동하는지를 나타내는 값으로 **주파수**frequency라고 한다. 이들을 정리하면 다음과 같다.

- **진폭** : 정현파가 진동하면서 가질 수 있는 값의 범위
- **위상** : 원점에서 코사인파의 꼭짓점(사인파의 영점)까지 각으로 표시된 거리
- **각주파수** : 정현파가 1초에 이동할 수 있는 라디안 각
- **(기본)주기** : 정현파가 같은 파형을 반복하는 (최소)시간 간격
- **주파수** : 정현파가 1초에 같은 파형이 반복되는 횟수

신호 파형과 주파수 및 위상의 관계

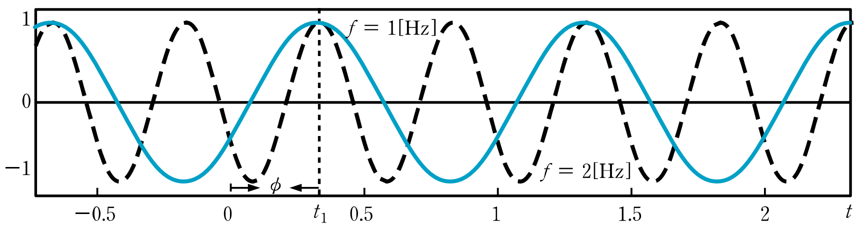
신호와 관련하여 주파수와 위상의 개념을 잘 이해하는 것은 매우 중요하다.

- 주파수는 신호의 시간적인 변화 속도와 관련이 있으며, 주파수가 높을수록 신호 파형이 시간적으로 더 빨리 변한다.
- 위상은 신호 파형의 시간 이동과 연관되며, 뒤진lagging(음의) 위상은 시간 지연, 앞선leading(양의) 위상은 시간 선행에 해당된다.
- 정현파를 시간축에서 같은 시간만큼 이동시키더라도 주파수에 따라 위상이 달라진다. 주파수가 높을수록 위상 값이 커진다.

[그림 1-11]의 두 정현파를 비교해보자. 주파수가 1[Hz]에서 2[Hz]로 두 배가 되어도 파형의 원래 모양은 바뀌지 않지만 주기는 반으로 줄어들게 된다. 이를 시간축의 관점에서 해석하자면, 2[Hz] 정현파가 1[Hz] 정현파에 비해 시간적으로 더 빨리 값이 변한다는 이야기가 된다.

다시 말해, 주파수가 높아질수록 신호 파형은 시간적으로 더 급하게 변화한다. 거꾸로 파형이 시간적으로 더 빠른 변화를 보이는 신호는 더 높은 주파수 성분을 포함한다. 이처럼 신호의 파형 변화와 주파수는 밀접한 관계를 가진다.

Q 주파수는 **(신호 값의 변화 속도, 파형의 시간 이동)**과 관련이 있다.



[그림 1-11] **정현파에 의한 주파수와 위상의 개념 이해**

[그림 1-11]의 두 정현파는 $t=0$이 아니라 t_1에서 꼭짓점에 이르므로 시간축 상에서 t_1만큼 오른쪽으로 파형의 이동이 이루어진 것, 즉 그만큼 시간적으로 지연이 일어난 것으로 볼 수 있다. 따라서 두 정현파는 지연 시간 t_1을 각으로 환산한 ϕ만큼의 위상을 갖게 된다.

이처럼 위상은 신호 파형의 시간 이동과 연관되며, 원래 신호 파형보다 시간적으로 지연될 경우에는 뒤진 위상을 갖고 선행되는 경우에는 앞선 위상을 갖게 된다. 위상은 정현파의 모양에는 영향을 주지 않는다.

정현파의 주기 T가 각으로는 2π[rad]에 대응되는 것을 이용하면, 위상 ϕ는 다음과 같이 구할 수 있다. 이때 $\cos(2\pi ft)$를 t_1만큼 지연시켜 구해도 같은 결과를 얻는다.

$$\phi = -2\pi \frac{t_1}{T} = -2\pi f t_1 \tag{1.12}$$

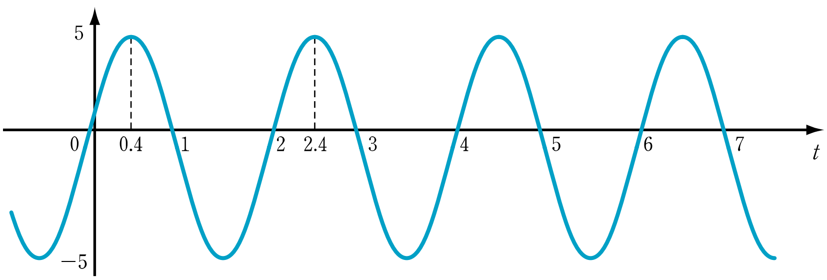
$$\cos(2\pi f(t-t_1)) = \cos(2\pi f t - 2\pi f t_1) = \cos(2\pi f t + \phi) \tag{1.13}$$

Q 주파수가 서로 다른 정현파를 같은 시간만큼 지연시키면 위상은 항상 **같다? 다르다?**

식 (1.12)로부터 쉽게 알 수 있듯이, 정현파를 시간축 상에서 같은 시간만큼 이동시키더라도 주파수에 따라 위상은 달라진다는 사실에 꼭 유의해야 한다. [그림 1-11]의 두 정현파의 경우, 주파수 2[Hz] 정현파의 위상이 1[Hz] 정현파 위상의 두 배가 된다.

예제 1-2 정현파의 진폭, 주기, 주파수, 위상

[그림 1-12]의 코사인 정현파 신호에 대해 진폭, 주기, 주파수, 위상을 구하라.



[그림 1-12] **[예제 1-2]의 정현파 신호**

풀이

[그림 1-12]를 보면 정현파가 5와 −5 사이를 진동하므로 진폭 $A=5$이다. 그리고 2초마다 기본 파형이 반복되므로 주기 $T=2$[초]이다. 또한 주파수는 식 (1.11)에서 주기의 역수 관계이므로 $f=0.5$[Hz], 각주파수로 나타내면 $\omega = 2\pi \times 0.5 = \pi$[rad/sec]이다. 마지막으로 위상은 원점에서 제일 가까운 코사인파의 꼭짓점이 $t_1 = 0.4$[초]에서 처음으로 발생하므로 뒤진 위상이 되며, 다음과 같이 식 (1.12)에 의해 각으로 환산하여 얻을 수 있다.

$$\phi = -\frac{t_1}{T} \times 2\pi = -\frac{0.4}{2} \times 2\pi = -0.4\pi$$

1.3.2 신호의 에너지와 전력

신호의 특성을 정량적으로 나타내거나 비교하고자 할 때, 물리적으로도 의미 있고 신호를 대표하기에 적절한 값들에는 어떤 것들이 있을까? 가장 먼저 평균값을 떠올릴지 모르겠지만, 주파수나 진폭에 상관없이 모든 정현파의 평균값이 0이 된다는 사실에서 알 수 있듯이, 신호의 평균값은 그 값이 항상 양인 신호에 대한 척도로는 유용할 수 있지만 음과 양의 값이 섞여 있는 신호에 대해서는 타당성 있는 기준이 되지 못한다. 다음으로 신호의 최댓값을 생각해볼 수 있다. 그러나 최댓값은 신호가 정의되는 거의 모든 구간에서 작은 값을 지니면서 특정한 한 순간에만 매우 큰 값을 갖는 신호가 전 구간에 골고루 비교적 큰 값을 갖는 신호보다도 값이 큰 것으로 과장되어 받아들여지는 문제점이 발생한다. 그러므로 특정한 순간의 신호 값만을 고려하기보다는 전 구간의 신호 값을 함께 고려할 수 있는 기준이 더 바람직하다.

신호의 에너지, 전력, 실효값

신호의 특성을 정량적으로 나타내고자 할 때, 앞에서 지적한 문제점을 극복하면서도 물리적인 의미를 지닐 수 있는 보편적인 척도로 신호의 에너지와 전력, 그리고 실효값을 사용한다.

- 신호의 **에너지**energy는 전 시간 구간에 대해 신호 크기의 제곱을 모은 것으로 정의하며, 연속 신호에 대해서는 적분, 이산 신호에 대해서는 총합 연산이 된다.

$$\text{연속 신호 : } E=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x(t)|^2\,dt \tag{1.14}$$

$$\text{이산 신호 : } E=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2 \tag{1.15}$$

- 신호의 **전력**power은 신호의 단위 시간당 에너지(평균 에너지)로 정의한다.

$$\text{연속 신호 : } P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x(t)|^2\,dt \tag{1.16}$$

$$\text{이산 신호 : } P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2 \tag{1.17}$$

- 신호의 **실효값**은 에너지 관점에서 신호의 실제적인 효과를 나타내는 값으로서 신호의 전력의 제곱근으로 정의한다.

$$\text{연속 신호}: x_{rms} = \sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x(t)|^2\,dt} \quad (1.18)$$

$$\text{이산 신호}: x_{rms} = \sqrt{\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2} \quad (1.19)$$

시간에 대해 불연속적인 이산 신호에 대해서는 적분이 정의되지 않으므로 총합 연산을 이용하여 정의된 것이다. 이상의 정의가 [Joule]과 [Watt]를 단위로 하는 물리적 에너지와 전력을 말하는 것은 아니지만, 전기회로에서 단위 저항 $R=1[\Omega]$에 전압 $x(t)$를 인가할 때 저항에서 소비되는 전력은 $p(t)=v(t)i(t)=x^2(t)$, 총 에너지는 $E=\int_{-\infty}^{\infty}p(t)\,dt=\int_{-\infty}^{\infty}x^2(t)\,dt$가 되는 것과 잘 맞아 떨어지므로, 이렇게 정의해도 별 무리가 없음을 알 수 있다. 신호의 에너지와 전력에 대한 식 (1.14) ~식 (1.17)의 정의는 전기 신호뿐만 아니라 어떤 임의의 신호에 대해서도 유효하며 충분한 물리적 의미를 지닌다.

Q 신호의 에너지와 전력은 각각 [Joule]과 [Watt]를 단위로 갖는 물리적인 양이다. (O, X)

Q 어떤 신호의 에너지가 유한하면, 그 신호의 전력은 (**0, 유한, 무한**)하다.

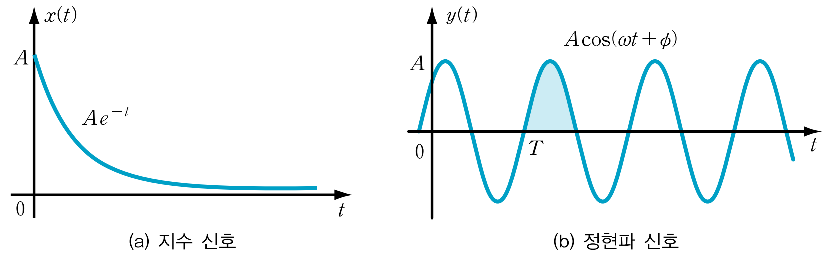
신호의 실효값의 정의는 전력과 에너지를 구할 때 계속 그 값이 변하는 신호 대신에 값이 일정한 전력의 제곱근으로 대체해도 얻어지는 실제적인 효과가 다르지 않다는 사실에 근거한 것이다. 실효값은 계산식 그대로 RMS(Root Mean Square) 값이라고도 하며, 정현파의 예에서 보듯이 신호를 대표하기에는 부적절한 평균값 대신 보편적인 신호의 대푯값으로 사용된다.

Q 에너지 관점에서 신호의 실제적 효과를 나타내는 값은 (**평균값, 실효값, 최댓값**)이다.

Q 신호의 에너지, 전력, 실효값은 시간의 함수이다. (O, X)

예제 1-3 연속 신호의 에너지와 전력

[그림 1-13]의 지수 신호와 정현파 신호에 대해 각각 에너지와 전력을 구하라.



[그림 1-13] **[예제 1-3]의 지수 신호와 정현파 신호**

풀이

[그림 1-13(a)]의 지수 신호는 시간이 무한대로 가면 값이 0으로 수렴하기 때문에 그 면적은 유한하게 된다. 따라서 당연히 에너지도 유한하다. 에너지를 직접 계산하면 다음과 같다.

$$E = \int_0^\infty |Ae^{-t}|^2 dt = \int_0^\infty A^2 e^{-2t} dt = -\frac{A^2}{2} e^{-2t}\Big|_0^\infty = \frac{A^2}{2}$$

지수 신호의 에너지가 유한하므로, 이를 시간 구간(∞)으로 나눈 전력은 0이 된다.

[그림 1-13(b)]의 정현파 신호의 에너지는 $E = \int_{-\infty}^{\infty} |A\cos(\omega t + \phi)|^2 dt$로 계산되는데, 반주기 파형(그림에서 색칠된 부분)의 제곱이 무한히 반복되는 형태이므로 적분 값(면적)인 에너지는 무한해진다. 그러나 전력은 반주기 파형의 제곱에 대한 적분 값을 평균하여 구할 수 있으며, 그 값이 유한하다는 사실은 그림으로부터 금방 알 수 있다. 전력을 직접 계산하면 다음과 같다.

$$P = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} |A\cos(\omega t + \phi)|^2 dt = \frac{A^2\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} \frac{1 + \cos(2\omega t + 2\phi)}{2} dt = \frac{A^2}{2}$$

위 식의 마지막 적분 계산은 $\cos(2\omega t + 2\phi)$의 주기가 $\cos(\omega t + \phi)$의 주기 T의 반이고, 정현파의 한 주기 적분 값은 항상 0이 됨을 이용한 것이다.

예제 1-4 이산 신호의 에너지와 전력

다음과 같은 이산 신호의 에너지와 전력을 구하라.

(a) $x[n] = \begin{cases} (0.5)^n, & n \geq 0 \\ (2)^n, & n < 0 \end{cases}$ (b) $y[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$

풀이

(a) 식 (1.15)를 이용하여 신호의 에너지를 구하면

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{-1} (2)^{2n} + \sum_{n=0}^{\infty} (0.5)^{2n} = \sum_{n=1}^{\infty} (0.25)^n + \sum_{n=0}^{\infty} (0.25)^n = \frac{0.25}{1-0.25} + \frac{1}{1-0.25} = \frac{5}{3}$$

이므로, 이 신호는 에너지가 유한하다. 따라서 전력은 0이 된다.

(b) 주어진 신호(단위 계단 신호)는 에너지가 $E = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \infty$가 되므로 에너지는 무한하다. 그러나 전력을 구하면 다음과 같이 유한하다.

$$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |y[n]|^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^{N} 1 = \lim_{N\to\infty} \frac{N+1}{2N+1} = \frac{1}{2}$$

데시벨

전력과 관련하여 알아둬야 할 용어 중에 **데시벨**decibel이 있다. 데시벨이란 용어는 청력 검사나 소음 측정 등 일상생활에서 가끔 들어본 적이 있을 것이다.

Q 데시벨은 신호의 **(절대적인, 상대적인)** 크기를 나타내는 데 사용되는 단위이다.

데시벨은 신호의 상대적인 크기를 나타내는 데 사용되는 단위로서, 기준 신호에 대한 다른 신호의 전력비에 상용로그를 취한 값의 10배로 정의하며, dB로 표기한다.

$$10\log\frac{P_2}{P_1}=10\log\frac{x_2^2}{x_1^2}=20\log\frac{x_2}{x_1}\,[\mathrm{dB}] \tag{1.20}$$

앞서 에너지와 전력의 개념을 설명하기 위해 예로 들었던, 단위 저항을 갖는 전기회로를 다시 생각해보자. 저항의 소비 전력은 $p(t)=v(t)i(t)=x^2(t)$이므로 전압 $x_1[\mathrm{V}]$와 $x_2[\mathrm{V}]$에 의한 소비 전력의 비를 데시벨로 나타내면 식 (1.20)과 같음을 볼 수 있다. 식 (1.20)에서 보듯이, 데시벨을 구할 때 신호의 전력비에 대해서는 $10\log$, 신호의 크기(이득) 비에 대해서는 $20\log$를 취한다는 것을 명심해야 한다.

Q 데시벨은 신호의 크기(이득) 비에 대해서는 $20\log$를 취한다. **(O, X)**

핵심포인트

- 정현파는 진폭, 위상, 주파수의 세 가지 요소에 의해 완전하게 정의된다.
- (기본)주기는 정현파가 같은 파형을 반복하는 (최소)시간 간격이고, 주파수는 정현파가 1초에 같은 파형을 반복하는 횟수로서 서로 역수 관계이다.
- 주파수가 높을수록 신호 파형이 시간적으로 더 빨리 변한다.
- 위상은 원점에서 정현파의 한 주기 파형의 시작점까지의 거리를 각으로 나타낸 것으로 파형의 시간 이동과 연관된다. 뒤진 위상은 시간 지연, 앞선 위상은 시간 선행에 해당된다.
- 신호의 에너지는 신호의 크기를 제곱한 것을 시간에 대해 모은 것으로 정의한다.
- 신호의 전력은 신호의 에너지의 시간에 대한 평균값으로 정의한다.
- 신호의 실효값은 신호의 전력의 제곱근으로 정의한다.
- 데시벨은 기준 신호에 대한 다른 신호의 전력비에 상용로그를 취한 값의 10배로 정의한다.

Chapter 01 연습문제

1.1 신호에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은? HINT 1.1.1절

㉮ 매 시간마다 불규칙하게 스위치를 껐다 켰다 하는 것도 신호가 될 수 있다.
㉯ 어떤 물리량을 표현한 신호의 값이 변하지 않으면 아무런 정보도 얻을 수 없다.
㉰ 신호를 함수로 표현할 때, 함수의 변수로는 시간, 공간, 주파수 등이 가능하다.
㉱ 음성 신호는 전기 신호, 자기 신호, 이진 부호 등과 같이 다양한 형태로 나타낼 수 있다.

1.2 시스템에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은? HINT 1.1.2절

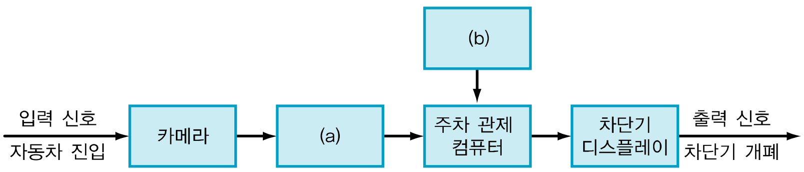
㉮ 리드의 떨림과 밸브의 위치에 따라 다른 음을 내는 클라리넷은 시스템이다.
㉯ 시스템은 수학적으로 입력과 출력의 관계를 기술하는 수식(방정식)으로 표현된다.
㉰ 시스템은 다시 부시스템으로 나눌 수 있고, 입력과 출력도 여러 개가 있을 수 있다.
㉱ 시스템의 출력은 입력과 무관하게 임의로 만들어지기도 한다.

1.3 다음의 시스템이 어떤 신호 처리 시스템인지 〈보기〉 중 주된 것을 하나만 골라라. HINT 1.1.3절

〈보기〉	㉮ 해석	㉯ 변환	㉰ 필터링	㉱ 합성

(a) 디지털 피아노
(b) 원두와 물을 입력으로 하여 찌꺼기를 걸러내고 커피를 출력으로 내는 커피메이커
(c) 지문 인식 장치
(d) 전기 모터

1.4 다음의 그림은 자동차 번호판을 인식하여 자동차의 출입을 관리하는 자동주차 관제 시스템의 블록선도이다. 이 시스템은 등록된 차량이면 차단기를 열어서 통과시키고, 방문 차량이면 디스플레이를 통해 별도의 절차를 밟도록 안내한다. 그림에서 빈 블록에 들어갈 시스템 구성 요소의 명칭을 바르게 나타낸 것을 골라라. HINT 1.2.1절



㉮ (a) 영상 처리 장치, (b) 주차권 발행기
㉯ (a) 데이터베이스, (b) 영상 처리 장치
㉰ (a) 영상 처리 장치, (b) 데이터베이스
㉱ (a) 인터폰, (b) 데이터베이스

1.5 시스템 블록선도에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은? HINT 1.2.1절

㉮ 블록선도는 한 시스템에 대해 단 하나만 존재한다.

㉯ 블록에는 그 시스템의 기능이나 특성을 나타내는 명칭, 수식, 그래프 등을 표시한다.

㉰ 블록선도를 보면 시스템 내의 신호의 흐름을 파악할 수 있다.

㉱ 블록선도에서 시스템 블록들은 종속 또는 병렬로 연결된다.

1.6 시스템의 수학적 모형화에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은? HINT 1.2.2절

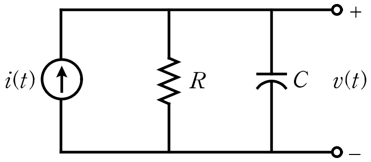
㉮ 시간 영역 표현과 주파수 영역 표현은 변환을 통해 상호 연계된다.

㉯ 시스템의 입출력 표현에 의해 시스템 내부의 동작 특성을 파악할 수 있다.

㉰ 시스템이 바뀌면 수학적 모형도 달라진다.

㉱ 경우에 따라 어떤 전기회로와 회전 운동 물체의 수학적 표현이 같을 수 있다.

1.7 다음의 그림에 나타낸 전기회로의 수학적 모형이 아닌 것은? HINT 1.2.2절



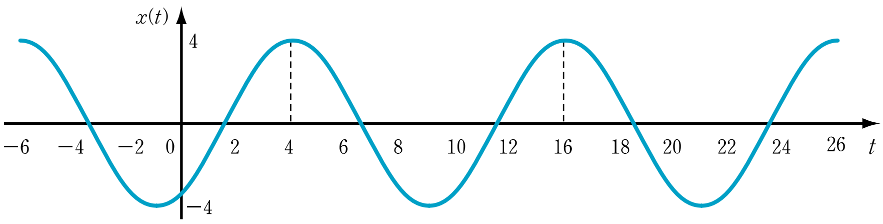
㉮ $\dfrac{1}{R}v(t) + C\dfrac{dv(t)}{dt} = i(t)$

㉯ $H(s) = \dfrac{V(s)}{I(s)} = \dfrac{R}{RCs+1}$

㉰ $\begin{cases} v(t) = \displaystyle\int h(t-\tau)i(\tau)d\tau \\ h(t) = \dfrac{1}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} \end{cases}$

㉱ $\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = -\dfrac{1}{RC}x(t) + \dfrac{1}{C}i(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases}$

1.8 다음의 정현파 신호에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은? HINT 1.3.1절



㉮ 이 정현파는 진폭 $A=4$, 주기 $T=12$이다.

㉯ 이 정현파가 코사인파라면 위상이 $\phi=-\dfrac{2\pi}{3}$이고, 사인파라면 위상이 $\phi=-\dfrac{\pi}{6}$이다.

㉰ 시간축을 두 배로 늘이면 이 정현파의 위상도 두 배가 된다.

㉱ 이 정현파는 같은 진폭의 주파수 12[Hz]인 정현파에 비해 파형의 변화가 느리다.

1.9 신호의 에너지, 전력, 실효값에 대한 다음의 설명 중 틀린 것은? HINT 1.3.2절

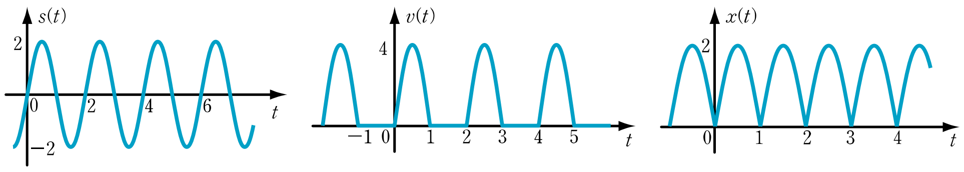
㉮ 에너지와 전력이 모두 무한한 신호도 있다.

㉯ 진폭이 같고 주파수와 위상이 다른 두 정현파의 실효값은 같다.

㉰ 신호의 에너지와 전력은 물리적인 차원(단위)이 없다.

㉱ 항상 양의 값을 가지는 신호의 실효값은 평균값보다 작다.

1.10 다음 신호들에 대한 아래의 설명 중 틀린 것은? HINT 1.3.2절



정현파 반파 정류파 전파 정류파

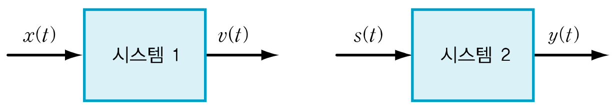
㉮ 정현파 $s(t)$와 이를 전파 정류한 $x(t)$의 실효값은 같다.

㉯ 세 신호 모두 에너지는 무한하나 전력이 유한한 신호이다.

㉰ 세 신호 중에 $s(t)$를 두 배로 증폭하여 반파 정류한 $v(t)$의 전력이 가장 크다.

㉱ $x(t)$의 $s(t)$에 대한 전력비는 0[dB], $v(t)$에 대한 전력비는 -3[dB]이다.

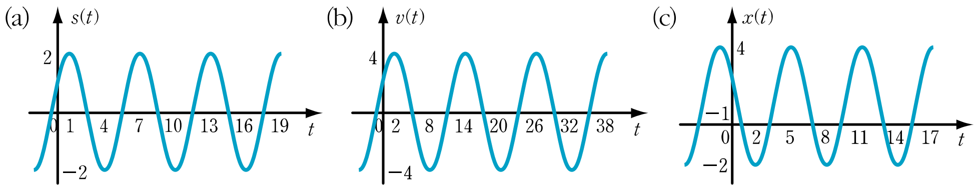
1.11 다음과 같이 입출력 관계가 1차 미분방정식으로 표현되는 두 개의 시스템을 종속 연결한 시스템의 입력 $x(t)$에 대한 출력 $y(t)$의 관계를 표현하는 2차 미분방정식을 구하라.



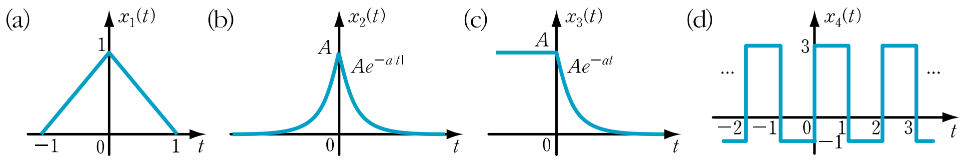
$$\frac{dv(t)}{dt}+av(t)=x(t) \qquad \frac{dy(t)}{dt}+by(t)=as(t)$$

1.12 고속도로와 같이 자동차가 장거리를 비교적 일정한 속도로 달릴 때, 특정 속도에 대해 버튼을 눌러 설정함으로써 운전자가 가속기를 밟지 않고서도 일정한 속도로 운행할 수 있게 해주는 순항 제어cruise control 시스템에 대해 간단히 동작 원리를 설명하고 블록선도를 그려라.

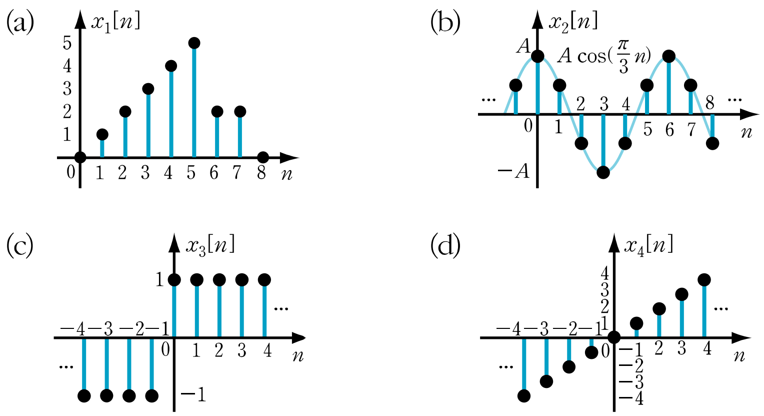
1.13 다음의 코사인 정현파 신호에 대해 진폭 A, 주기 T, 주파수 f_0, 위상 ϕ를 결정하라.



1.14 다음의 신호에 대해 에너지와 전력을 구하라.



1.15 다음의 신호에 대해 에너지와 전력을 구하라.



1.16 [연습문제 1.14(c)]의 신호 $x_3(t)$에서 $A=10$일 때, $x_4(t)$에 대한 전력비를 데시벨로 나타내라.

Chapter 01 MATLAB 실습

학습포인트

- 매트랩을 이용하여 다양한 정현파 신호를 그려본다.
- 매트랩을 이용하여 신호의 에너지와 전력을 계산해본다.

매트랩(Matlab)은 최근 공학 분야에서 가장 보편적으로 사용되고 있는 소프트웨어로, 신호와 시스템을 컴퓨터를 이용하여 해석하는 데 매우 유용한 수단이다. 이때 Matlab이란 'Matrix Laboratory'를 뜻하는 말로써, 그 이름이 말하듯이 배열array, 즉 행렬 또는 벡터를 기본 자료로 사용하여 기능을 수행하는 계산 환경을 제공한다.

매트랩은 기본적으로 행렬 데이터를 다루고, m-파일로 사용자가 필요한 응용 프로그램들을 손쉽게 작성할 수 있을 뿐만 아니라 이를 명령어처럼 간편하게 사용할 수 있다. 또한 처리 결과를 시각화하기 수월하므로 C언어 등을 사용하여 프로그램을 작성하는 것에 비해 매우 편리하다. 더군다나 응용 분야별로 다양한 도구상자toolbox가 개발되어 제공된다. 특히 전기전자공학과 관련한 웬만한 컴퓨터 시뮬레이션 및 개발 작업은 별도의 복잡한 프로그램을 작성할 필요 없이 기존의 도구상자를 활용하여 손쉽게 해결할 수 있다. 앞으로 다루게 될 매트랩 프로그램의 소스 파일은 http://www.hanbit.co.kr/exam/4146에서 다운받을 수 있다.

MATLAB 1-1 정현파 그리기

다음과 같이 표현되는 정현파에 대해 주어진 조건에 따라 각각의 파형을 그려라.

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \phi)$$

(a) 위상이 다른 정현파 : $A = 1,\ f_0 = 1$이고 $\phi = 0, -\pi/2,\ \pi/2$

(b) 주파수가 다른 정현파 : $A = 1,\ \phi = 0$이고 $f_0 = 1,\ 2,\ 3$

풀이

(a) 매트랩에서는 정현파인 사인과 코사인 함수를 제공하고 있으므로, 이를 이용하면 된다. 진폭이 다른 정현파들을 그리는 프로그램은 다음과 같다. 이때 프로그램의 첫머리(1~3행)에 있는 명령들은 작업을 수행하기 전에 이전의 작업과 관련된 부분들을 모두 지우는 동작이다. 이후의 프로그램에서는 이를 생략하고 나타내지 않을 것이다.

SS_1_1a.m

```
close all;                      % 생성된 모든 창을 닫음
clear all;                      % 열려있는 작업영역(workspace)을 모두 비움
clc;                            % 명령(command) 창을 비움
```

```
ti=-1; tf=3; dt=0.01; t=ti:dt:tf;                 % 파형의 시간축 설정(-1≤t≤3, 0.01씩 증가)
f0=1; A=1;                                        % 주파수 값 및 진폭 값 설정
phi=[0 -(pi/2) pi/2];                             % 위상 값 설정
x1=A*cos(2*pi*f0*t+phi(1));                       % 위상이 0인 정현파 생성
x2=A*cos(2*pi*f0*t+phi(2));                       % 위상이 지상(-pi/2)인 정현파 생성
x3=A*cos(2*pi*f0*t+phi(3));                       % 위상이 진상(pi/2)인 정현파 생성

plot(t,x1,'k');                                   % 정현파 x1을 그림 창에 그림
axis([ti tf -1.2*A 1.2*A]);                       % x축(ti~tf)과 y축(-1.2A~1.2A)의 영역 설정
hold on                                           % 같은 창에 계속 그림
plot(t,x2,'-.b'); plot(t,x3,'--r');               % 정현파 x2와 x3을 그림 창에 그림
legend('x1','x2','x3','Location','NorthEast');    % 파형 구별 범례 표시
```

세 개의 정현파를 하나의 그림 창에 그릴 때, 프로그램과 같이 hold on 명령어를 쓰지 않고도 다음과 같이 간단하게 코딩할 수도 있다.

```
plot(t,x1,'k',t,x2,'-.b',t,x3,'--r')
```

legend라는 명령어는 여러 파형을 구분하는 범례를 표시해준다. 이러한 명령어의 사용법을 자세히 알고 싶으면 명령 창에 'help＋명령어'를 치면 된다.

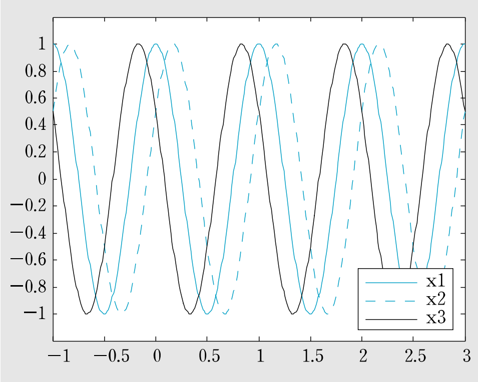
(b) 주파수가 다른 정현파들을 그리는 매트랩 프로그램은 다음과 같이 정현파의 계산 부분만 바꿔주면 된다. 이번에는 명령어 subplot를 사용하여 그림 창을 3개로 분할해서 각 정현파를 따로 그리도록 하였다.

SS_1_1b.m

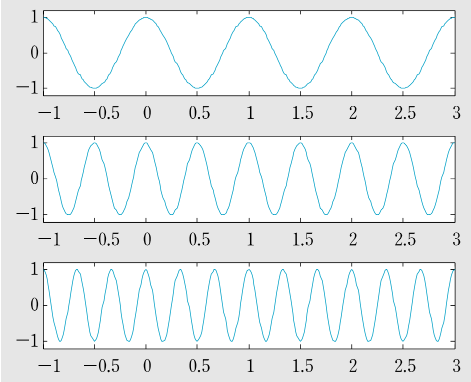
```
ti=-1;tf=3;dt=0.01; t=ti:dt:tf;          % 파형의 시간축 설정
A=1;                                     % 진폭 값 설정
f0=[1 2 3];                              % 주파수 값 설정
x1=A*cos(2*pi*f0(1)*t);                  % 주파수가 1인 정현파 생성
x2=A*cos(2*pi*f0(2)*t);                  % 주파수가 2인 정현파 생성
x3=A*cos(2*pi*f0(3)*t);                  % 주파수가 3인 정현파 생성

subplot(3,1,1)                           % 3행 1열 분할 그림 창의 1번 창
plot(t,x1);                              % 주파수가 1인 정현파 그림
axis([-1 3 -1.2*A 1.2*A]);               % x축(ti~tf)과 y축(-1.2A~1.2A)의 영역을 설정
subplot(3,1,2)                           % 3행 1열 분할 그림 창의 2번 창
plot(t,x2);                              % 주파수가 2인 정현파 그림
axis([-1 3 -1.2*A 1.2*A]);               % x축(ti~tf)과 y축(-1.2A~1.2A)의 영역을 설정
subplot(3,1,3)                           % 3행 1열 분할 그림 창의 3번 창
plot(t,x3);                              % 주파수가 3인 정현파 그림
axis([-1 3 -1.2*A 1.2*A]);               % x축(ti~tf)과 y축(-1.2A~1.2A)의 영역을 설정
```

위의 매트랩 프로그램들을 실행해서 얻은 결과를 [그림 1-14]에 순서대로 나타내었다.



(a) 위상이 다른 정현파



(b) 주파수가 다른 정현파

[그림 1-14] [MATLAB 1-1]의 신호 파형

MATLAB 1-2 신호의 에너지와 전력 계산하기

다음과 같은 신호에 대해 신호의 파형을 그리고, 에너지와 전력을 구하라.

$$x(t) = 2te^{-t}u(t), \quad y(t) = \sqrt{2}\pi\sin(\pi t)$$

풀이

신호 $x(t)$는 $t \to \infty$에 따라 값이 0으로 수렴하므로 면적이 유한한 신호이다. 그리고 신호 $y(t)$는 주기 $T=2$인 정현파로 주기 신호이다. 따라서 $x(t)$는 에너지가 유한하게 되므로(전력은 0) 에너지만, $y(t)$는 에너지는 무한하지만 전력은 유한하므로 전력만 계산하면 된다. 식 (1.14)와 식 (1.16)을 사용하여 신호의 에너지와 전력을 계산하려면 적분 연산이 필요하다. 매트랩에서는 심프슨Simpson 공식을 이용하여 1차원 적분을 수행하는 명령어 quad를 제공하고 있다. quad를 사용하려면 피적분식을 다음과 같이 함수 m-파일로 만들어야 한다. 함수 m-파일을 만들어 사용할 때 주의할 점은 함수를 불러서 쓰는 프로그램과 함수 m-파일이 같은 디렉토리(폴더)에 있어야 한다는 것이다. 경로가 열려 있지 않으면 연결되지 않는다.

int_fctn_1.m

```
function xs=int_fctn_1(t)              % [MATLAB 1-2(a)]의 피적분 함수 생성

x=2*t.*exp(-t);                        % x(t) 생성
xs=x.^2;                               % x^2(t) 생성
```

적분을 수행하는 또 다른 매트랩 명령어로 사다리꼴 방법으로 적분을 계산해주는 trapz가 있다. trapz를 사용할 경우에는 시간 간격을 충분히 작게 잡아주어야 한다. 그렇지 않으면 적분 오차에 의해 부정확한 값이 얻어지게 된다. 프로그램에서 주의할 점은 $x(t)$의 에너지를 계산할 때

시간 구간을 ∞까지 잡을 수는 없지만 파형이 거의 0으로 수렴하는 시간까지 잡아야 참값에 가까운 근사값을 얻게 된다는 점이다. 주어진 신호의 파형을 그리고, 에너지와 전력을 계산하는 매트랩 프로그램은 다음과 같다. 여기에서는 에너지 계산 적분은 quad 명령어를, 전력 계산 적분은 trapz 명령어를 사용하였다.

SS_1_2.m

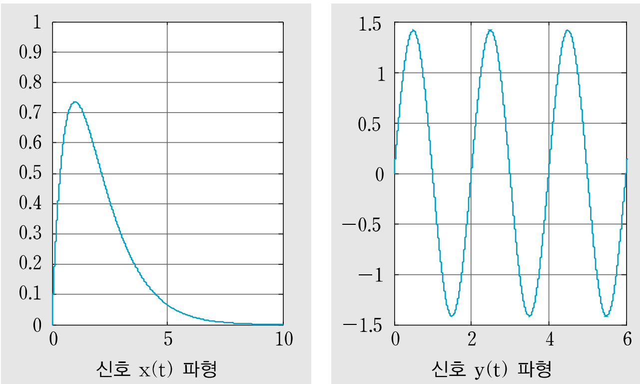
```
dt=0.01:t=0:dt:10;                          % 시간축 설정
x=2*t.*exp(-t);                             % x(t) 생성
y=sqrt(2)*sin(pi*t);                        % y(t) 생성
ysq=y.^2;                                   % y^2(t) 계산
T=2; N=T/dt;                                % 정현파의 주기 및 한 주기 데이터 수
Ex=quad('int_fctn_1',0,10)                  % x(t)의 에너지 계산
Py=trapz(t(1:N),ysq(1:N))/T;                % y(t)의 전력 계산(한 주기 평균)
fprint( ' 신호 y(t)의 전력 = %6.4₩n ' ,Py)   % 명령 창에 y(t)의 전력 값 출력

figure;                                     % 그림 창 열기
subplot(1,2,1); plot(t,x);                  % 1행 2열 분할 그림 창의 1번 창에 x(t) 파형 그림
axis([0 10 0 1]); grid on;                  % x축과 y축 영역 설정, 그리드 표시
subplot(1,2,2); plot(t,y);                  % 1행 2열 분할 그림 창의 2번 창에 y(t) 파형 그림
axis([0 6 -1.5 1.5]); grid on;              % x축과 y축 영역 설정, 그리드 표시
```

이 매트랩 프로그램이 실행되면 명령 창에 다음과 같이 $x(t)$의 에너지와 $y(t)$의 전력을 계산한 결과가 표시된다. 또한 [그림 1-15]와 같이 그림 창에 신호 파형이 그려진다.

```
Ex = 1
신호 y(t)의 전력 = 1.0000
```

$x(t)$의 에너지 Ex는 계산식 코드 Ex=quad('int_fctn_1',0,10) 마지막에 ';'을 찍지 않아 명령 창에 계산된 값이 출력된 것이고, $y(t)$의 전력의 전력은 fprint로 출력을 제어한 것이다.



[그림 1-15] [MATLAB 1-2]의 신호 파형