

반도체 내의 전자와 정공

Electrons and Holes in Semiconductors

실리콘 결정 구조	_ 01
전자와 정공의 결합 모델	_ 02
에너지 밴드 모델	_ 03
반도체, 절연체, 도체	_ 04
전자 및 정공	_ 05
상태 밀도	_ 06
열적 평형상태와 페르미 함수	_ 07
전자와 정공의 농도	_ 08
n 과 p 의 일반적 이론	_ 09
극고온과 극저온에서의 캐리어 농도	_ 10
장 요약	_ 11
연습문제	

본 장에서는 반도체를 이해하는 데 필요한 기본 개념과 전문용어를 살펴볼 것이다. 특히 에너지 밴드의 개념, 전자 및 정공이라고 불리는 두 종류의 전하 캐리어 개념, 그리고 도펀트를 첨가함으로써 캐리어 농도를 조절하는 방법에 대한 개념을 중요하게 다룰 것이다. 또 다른 그룹의 유용한 사실 및 도구로는 페르미(Fermi) 분포함수와 페르미 준위의 개념이 있다. 전자와 정공의 농도는 페르미 준위와 밀접하게 연관되어 있다. 본 장에서 소개할 내용들은 다음에 이어지는 모든 장에서 개개의 새로운 소자들을 논제로 다룰 때 계속 반복적으로 활용될 것이다. 본 장을 공부할 때는 (1) 개념, (2) 용어, (3) 실리콘(Si)에 대한 전형적 값들, 그리고 (4) 식 (1.7.1)처럼 박스를 친 모든 수식들에 주의를 기울여야 한다.

본 장의 제목과 많은 아이디어는, 트랜지스터를 발명한 해로부터 2년 뒤인 1950년에 발간된 윌리엄 쇼클리(William Shockley)[1]의 선구적인 저서 “반도체 내의 전자와 정공(*Electrons and Holes in Semiconductors*)”에서 따온 것이다. 1956년, 쇼클리는 브래튼(Brattain)과 바딘(Bardeen)과 함께 트랜지스터를 발명한 공로로 노벨물리학상을 수상하였다([그림 1-1]).

본 장과 다음 장에서 기술되는 내용들은 매우 다양한 종류의 반도체 소자들을 깊이 이해하는 데 유용하고 꼭 필요한 내용들로 다년간 알려진 것들이다. 여기에서 기술하는 용어와 개념, 모델에 정통하게 되면, 현재 존재하는 많은 반도체 소자들뿐만 아니라 미래에 발명될 더 많은 소자들에 대해 더 쉽게 이해할 수 있을 것이다. 또한 반도체 소자 분야에 종사하는 다른 사람들과의 지식적인 소통도 가능해질 것이다.

1.1 실리콘 결정 구조

고체 결정은 원자들이 반복적인 구조로 배열됨으로써 구성된다. 주기적인 구조는 X-선 회절과 전자 현미경을 이용하여 측정할 수 있다. [그림 1-2]의 큰 입방체 단위는 실리콘 결정의 단위 셀(unit cell)이다. 각각의 구는 실리콘 원자를 나타낸다. 이 단위 셀은 모든 세 방향으로 여러 번 반복되면서 실리콘 결정을 형성하게 된다. [그림 1-2]에서 $5.43\text{\AA}$ 으로 표시한 단위 셀의 길이를 격자상수(lattice constant)라 한다.

[그림 1-2]로부터 얻을 수 있는 가장 중요한 정보는 모든 실리콘 원자는 각각 가장 가까운 이웃 원자로 4개의 다른 실리콘 원자들을 가지고 있다는 간단한 사실이다. 이러한 사실을 [그림 1-2]에서 짙은 색의 다발(cluster)로 묘사하였는데, 이 다발에서 중심 원자 하나가 4개의 이웃 원자들을 갖고 있는 것을 볼 수 있다. 이 다발을 기본 셀(primitive cell)이라고 부른다. 실리콘(Si)은 주기율표에서 4족 원소이므로 4개의 원자가(valence) 전자를 가진다. 이 4개의 전자는 가장 가까운 이웃 원자들과 공유되며, 따라서 8개의 공유된 전자가 각 개별 원자와 결합된다. [그림 1-2]의 구조는 다이아몬드 구조(diamond structure)로 알려져 있는데, 그 이유는 이 구조에서 각 구가 탄소 원자를 표시한다고 하면 이 구조는 또한 다이아몬드 결정의 단위 셀이 되기 때문이다. 게르마늄은 트랜지스터가 처음 만들어졌을 때 사용된 반도체이며, 이 역시 다이아몬드 결정 구조를 가진다.

브래튼과 바딘과 쇼클리라는 세 개의 서로 다른 대륙에서 태어났으나(브래튼 : 중국의 아모이, 바딘 : 미국의 위스콘신 주 매디슨, 쇼클리 : 영국의 런던), 그들은 모두 미국에서 성장하여 벨 전화연구소(Bell Telephone Laboratories)에서 1947~1948년에 트랜지스터를 발명했다. 바딘과 쇼클리는 개념과 이론에 더 기여한 반면에 브래튼은 실험주의자였다. 그 역사적 사건에 대하여 그들은 다음과 같이 회상하였다.

“...14년간의 연구 끝에, 나는 포기하기 시작하고 있었다...”

— 월터 브래튼(1902-1987)

“월터 브래튼과 내가 점-접촉 트랜지스터(point-contact transistor) 발명의 원인이 된 실험을 1947년 11월과 12월에 수행하였고, 바로 이어서 쇼클리에 의해 접합 트랜지스터(junction transistor)가 발명되었다.”

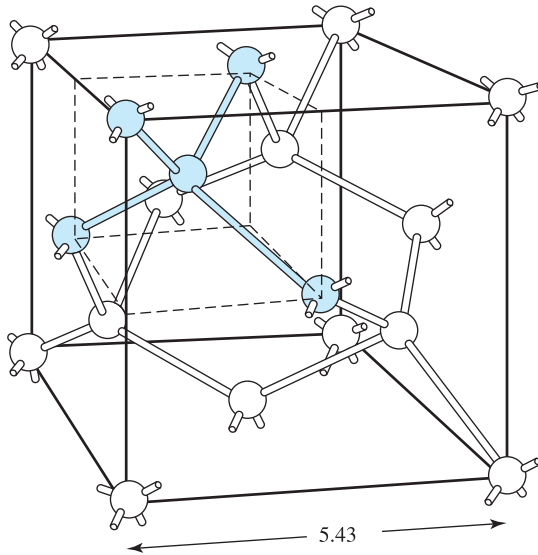
— 존 바딘(1908-1991)

“우리가 중요한 신기술로의 문호를 개방했다는 사실을, 참여했던 우리 모두 믿어 의심치 않았다.”

— 윌리엄 쇼클리(1910-1988)



[그림 1-1] 벨 전화연구소의 트랜지스터 발명가들. (왼쪽에서 오른쪽으로) 존 바딘(John Bardeen), 윌리엄 쇼클리(William Shockley), 월터 브래튼(Walter Brattain). (Corbis/Bettmann의 전재 허가)

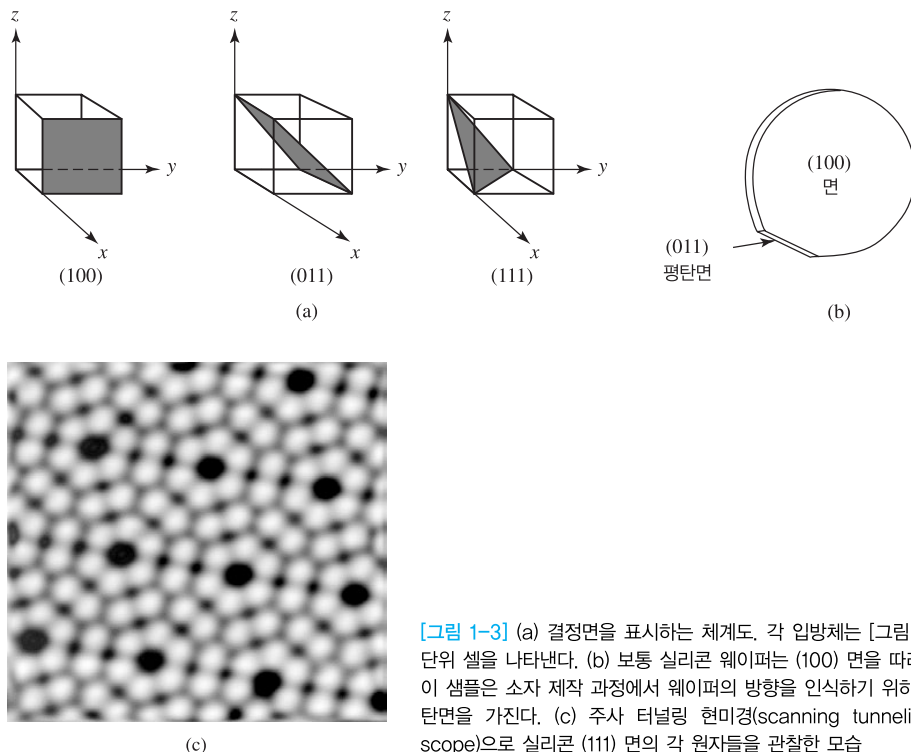


[그림 1-2] 실리콘 결정의 단위 셀. 각 구는 실리콘(Si) 원자이다. 각 Si 원자는 4개의 가장 가까운 이웃 원자를 가지는데, 이는 작은 입방체(점선) 안에 있는 짙은 색 원자들의 그림으로 설명된다(쇼클리 [1] 발췌). 단위 셀에 대한 상호작용 학습이 가능한 모델에 대해서는 <http://jas.eng.buffalo.edu/>를 참조하라.

[그림 1-3]은 실리콘 결정 방향을 표시할 때 사용하는 유용한 체계를 소개하고 있다. [그림 1-3(a)]의 입방체는 [그림 1-2]에서 보여준 실리콘 단위 셀을 나타내고, 각각의 어둡게 표시한 표면은 결정면이다. 예를 들어, [그림 1-3(a)]의 맨 왼쪽 그림의 (100) 결정면은 간단히 말해 [그림 1-2]에서 독자에게 가장 가깝게 위치한 평면이다. 그것은 x 축과는 1 격자상수에서 교차하고, y 축 및 z 축과는 무한대에서 교차한다. 사람들은 이 면을 1∞ 면이라고 명명하려 할지 모르나, 그것은 표준적으로 $(1/1 \ 1/\infty \ 1/\infty)$, 혹은 (100) 면이라고 표현한다. 일반적으로 (abc) 면은 x, y, z 축을 각각 $1/a, 1/b, 1/c$ 격자상수에서 교차한다. 예를 들면 [그림 1-3(a)]의 가운데 그림의 (011) 면은 x 축과는 무한대에서 교차하고, y 축 및 z 축과는 1 격자상수에서 교차한다. 괄호 안에 있는 숫자는 밀러 인덱스(Miller index)라고 한다. 관련된 기호 $[abc]$ 는 (abc) 면에 수직한 결정 방향을 가리킨다. 예를 들면 전자가 $[100]$ 방향으로 운동한다고 하면, 전자는 (100) 면에 수직한 방향, 즉 x 축을 따라 움직인다.

[그림 1-3(b)]와 같이 보통 실리콘 웨이퍼는 (100) 면을 따라 잘리는데, 이는 균일성과 좋은 소자 성능을 얻기 위함이다. 소자를 제작하는 동안 웨이퍼를 원하는 방향으로 정확하게 일관되게 위치시키기 위해, (011) 면을 따라 평탄면이나 새김눈(notch)을 낸다. 서로 다른 표면 결정 방향은 산화 비율이나 산화물/반도체 경계면에서의 전기적인 질과 같은 특성이 서로 다르다. 표면 결정 방향과 표면을 따라 흐르는 전류의 방향은 두 가지 모두 MOSFET(metal-oxide-semiconductor field-effect transistor, 금속-산화물-반도체 전계-효과 트랜지스터, 6.3.1절 참조)과 같은 표면-기

반 소자의 속도 성능에 영향을 미친다. 마이크로전자공학에서 사용되는 가장 중요한 반도체 재료는 결정체(crystalline)이다. 그러나 3.7절의 [NOTE]에서 언급한 바와 같이 가장 평범하게 접하는 고체는 단결정(single crystal)이 아니다.

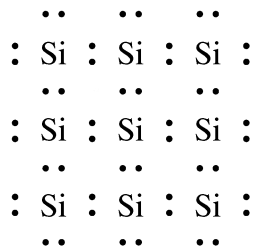


[그림 1-3] (a) 결정면을 표시하는 체제도, 각 입방체는 [그림 1-2]에서의 단위 셀을 나타낸다. (b) 보통 실리콘 웨이퍼는 (100) 면을 따라서 잘린다. 이 샘플은 소자 제작 과정에서 웨이퍼의 방향을 인식하기 위하여 (011) 평탄면을 가진다. (c) 주사 터널링 현미경(scanning tunneling microscope)으로 실리콘 (111) 면의 각 원자들을 관찰한 모습

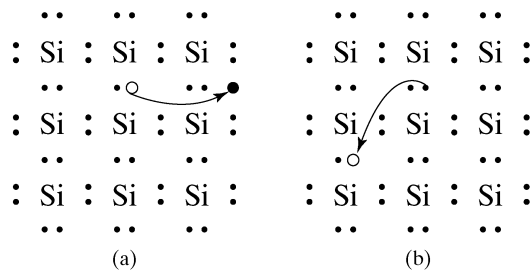
1.2 전자와 정공의 결합 모델(Bond Model)

[그림 1-2]의 짙은 색 다발에서 보는 바와 같이 각 실리콘(Si) 원자는 4개의 가장 가까운 이웃 원자들에 의해 둘러싸여 있다. 우리는 실리콘 결정 구조를 [그림 1-4]와 같은 2차원 그림으로 묘사할 수 있다. 하나의 원자는 각 이웃 원자와 2개의 점으로 연결되는데, 이는 공유결합에 사용된 2개의 공유된 전자를 나타낸다. [그림 1-4]는 전류 전도에 기여하는 자유전자가 하나도 없다는 것을 말해준다. 자유전자가 하나도 없다는 것은 엄밀하게는 절대온도 0도에서만 가능하다. 절대온도 0도가 아닌 다른 어떤 온도에서든지, [그림 1-5(a)]에서처럼 열 에너지로 인해 공유 전자들의 일부분이 결합을 깨고 자유롭게 되어 전도 전자(conduction electron)가 되는 일이 발생한다.

전도 전자는 결정 내부를 자유롭게 돌아다닐 수 있어서 전류를 운반할 수 있다. 이러한 이유로 전도 전자들은 공유 전자들보다 소자의 동작에 있어 더욱 중요하다.



[그림 1-4] 2차원 그림으로 그린 실리콘 결정 구조



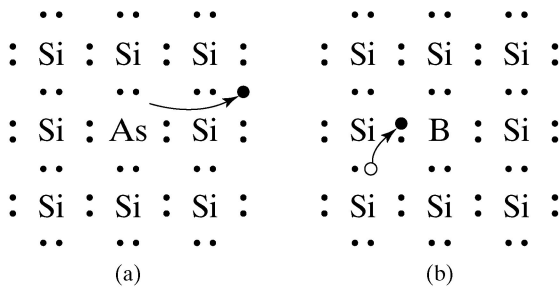
[그림 1-5] (a) 공유 전자가 결합을 깨고 방출될 때, 그 전자는 이동할 수 있으며 전류를 전도할 수 있게 된다. 또한 그 전자는 빈 원으로 표시된 빈자리 혹은 정공을 만들어낸다. 이 정공도 또한 (b)에서 화살표로 표시된 것과 같이 돌아다닐 수 있게 되고 따라서 전류를 전도할 수 있다.

전자가 결합을 깨고 자유롭게 될 때 재미있는 현상이 발생한다. [그림 1-5(a)]에서 보는 바와 같이 그 전자는 비어있는 원으로 표시된 빈자리, 즉 **정공(hole)**을 뒤에 남기게 된다. 이 정공은 [그림 1-5(b)]에서와 같이 하나의 새로운 전자를 쉽게 받아들일 수 있다. 이는 전자들이 돌아다니면서 전류를 전도하는 또 하나의 방법을 제공한다. 이러한 과정을 달리 생각하면 정공이 새로운 장소로 이동한다고도 볼 수 있다. 이러한 두 번째 전류 전도 방법을 음전하를 갖고 반대 방향으로 움직이는 전자의 움직임으로 보는 것보다는 양전하를 가진 정공의 움직임으로 보는 것이 더 쉬운데, 이는 액체 속 기포의 운동을 액체의 움직임이 만들어낸다고 생각하는 것보다 액체 속에 있는 기포가 움직이는 것이라고 생각하는 것이 더 쉬운 것과 같은 이치이다.

반도체 내에서 정공에 의한 전류 전도는 일반적으로 전자에 의한 전류 전도만큼 중요하다. **실제 전도 전자가 음전하를 운반하는 이동성 입자인 것과 마찬가지로, 정공을 양전하를 운반하는 이동성 입자로 생각하는 것에 익숙해져야 한다.** 한 개의 공유 전자를 자유롭게 만듦으로써 전도 전자 한 개와 정공 한 개를 생성시키는 것은 약 1.1eV의 에너지를 필요로 한다. 이 에너지는 예를 들면 광전도도 실험으로부터 측정할 수 있다. Si 샘플에 빛을 쏘이면 이동성 전자와 정공들이 생성되면서 전도도가 증가한다. 광전도도를 유발하기 위해 요구되는 최소한의 광자 에너지는 1.1eV이다.

열 에너지 kT 가 상온에서 26meV라고 주어질 때, 반도체 내에서 열적으로 생성된 전자와 정공의 농도는 일반적으로 상온에서 매우 적다. 매우 큰 수의 전도 전자들이 필요하다면, 반도체를 **도핑(doping)**하는 과정을 통해 불순물(impurity) 원자를 적절하게 주입함으로써 이를 달성할 수 있다. 예를 들어 [그림 1-6(a)]에서 보는 것처럼, 비소(As)와 같은 5족 원소들은 각 원자가 5개의 원자가(valence) 전자를 갖는다. 이 중 4개의 전자는 이웃하는 Si 원자들과 공유되는 반면, 제5의 전자는 탈출할 수 있어 이동성 전자가 되고 그 자리에는 As 양이온이 남게 된다. 전자를 **제공한다(donate)** 하여 이러한 불순물을 **도너(donor)**라고 부른다. 이 경우에 전도 전자를 생성하면서 어떠한 정공도 생성되지 않는다는 것에 주의하라. 전자는 음(negative, N)의 전하량을 운반하므로, 다수의 이동성 전자와 소수의 정공을 포함하는 반도체를 **N형 반도체(N-type semiconductor)**라고 부른다. As와 P는 Si에 가장 흔하게 사용되는 도너이다.

유사하게, [그림 1-6(b)]와 같이 3족 불순물인 붕소(B)가 실리콘에 주입된다면 각각의 B 원자는 공유 결합을 충족시키기 위해 여분의 전자를 받아들이 수 있으며, 따라서 정공을 생성하게 된다. 이러한 도펀트를 **억셉터(acceptor)**라고 부르는데, 이는 전자를 **받아들이기(accept)** 때문이다. 억셉터로 도핑된 반도체는 많은 정공과 매우 적은 이동성 전자를 가지며, 정공은 양(positive, P)의 전하를 운반하기 때문에 **P형(P-type)**이라 불린다. 붕소는 Si에서 가장 흔하게 사용되는 억셉터이다. In과 Al은 가끔 사용된다.



[그림 1-6] 반도체의 도핑은 결합 모델(bond model)로 묘사된다. (a) As는 도너, (b) B는 억셉터

도너 원자를 이온화시키기 위하여(즉, 여분의 전자를 자유롭게 만들고 양이온을 그 자리에 남기기 위해) 필요한 에너지는 수소 원자의 이온화 에너지 이론을 수정하여 추정할 수 있다.

$$E_{\text{ion}} = \frac{m_0 q^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV} \quad (1.2.1)$$

여기에서 m_0 는 자유전자 질량이고, ϵ_0 는 자유공간의 유전율이며, h 는 플랑크 상수이다. 수정 사

항은 ϵ_0 를 $12\epsilon_0$ 로 대치하고(여기서 12는 실리콘의 비유전율), m_0 는 나중에 설명하겠지만 m_0 보다 수 배 작은 값인 전자 유효질량 m_n 으로 대치하는 것이다. 이 결과는 약 50meV가 된다. 도너는 이런 작은 이온화 에너지를 갖기 때문에 보통 상온에서 완전히 이온화가 된다. 예를 들어, 10^{17}cm^{-3} 의 도너 원자는 10^{17}cm^{-3} 의 전도 전자를 생성한다. 또한 억셉터에 대하여도 같은 결론이 적용된다.

NOTE

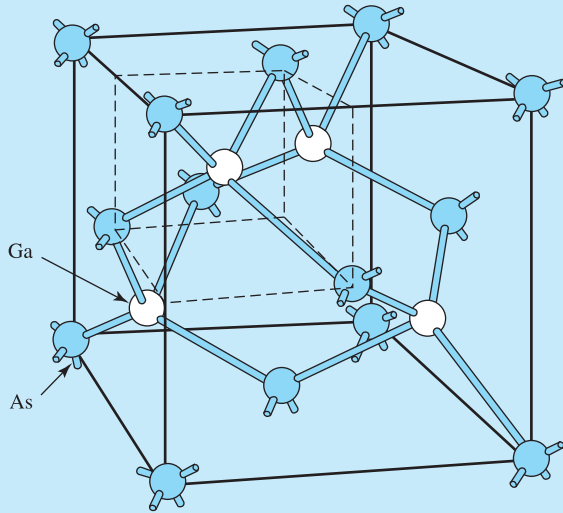
GaAs, III-V 화합물 반도체와 그들의 도펀트

GaAs와 이와 유사한 InP, GaN 같은 **화합물 반도체(compound semiconductor)**는 발광 다이오드(light-emitting diode)나 반도체 레이저(4.13절 및 4.14절 참조)와 같은 광전 소자에 더 적합하다. 또한 GaAs는 고주파 전자공학(6.3.2절 및 6.3.3절 참조)에서 한 역할을 담당한다. 그것의 결정 구조는 [그림 1-7]과 [그림 1-8]에 나타내었으며, Si 결정과 유사하다는 것을 분명히 알 수 있다.

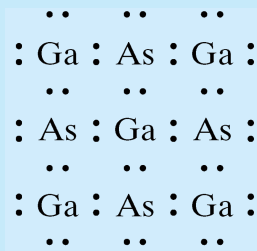
짙은 색 구들은 As 원자들을 나타내고 밝은 색 구들은 Ga 원자들을 나타낸다. 각 Ga 원자는 4개의 As 이웃 원자를 가지고 있고, 각 As 원자는 4개의 Ga 이웃 원자를 가지고 있다. 격자 상수는 $5.65\text{\AA}$ 이다. Ga는 3족 원소이고, As는 5족 원소이다. GaAs는 GaP와 AlA 등과 같이 **화합물 반도체(compound semiconductor)**라 불리며, 이들은 모두 [그림 1-7]과 같은 결정 구조를 가지고 있다.

S와 Se 같은 6족 원소들은 5족 원소인 As 자리를 대치할 수 있어 GaAs에서 도너로 동작할 수 있다는 것은 분명할 것이다. 이와 유사하게, Zn와 같은 2족 원소들은 Ga를 대치할 수 있어 억셉터로 동작한다.

그런데 Si와 Ge 같은 4족 원소들은 GaAs에서 도너일까 억셉터일까? 답은 도너로도 억셉터로도 동작할 수 있다이다. 이는 그들이 (3개의 원자가 전자를 가진) Ga 원자들을 대치하는지, 아니면 (5개의 원자가 전자를 가진) As 원자들을 대치하는지에 따라 달라진다. 이러한 불순물을 **앰포테릭 도펀트(amphoteric dopant, 양쪽성 도펀트)**라고 부른다. GaAs에서 Si는 도너이고 Ge는 억셉터임이 판명되었는데, 이는 작은 Si 원자는 작은 Ga 원자를 대치하고 큰 Ge 원자는 큰 As 원자를 대치하는 것이 에너지적으로 더 유리하기 때문이다.



[그림 1-7] GaAs 결정 구조



[그림 1-8] GaAs의 결합 모델

1.3 에너지 밴드 모델

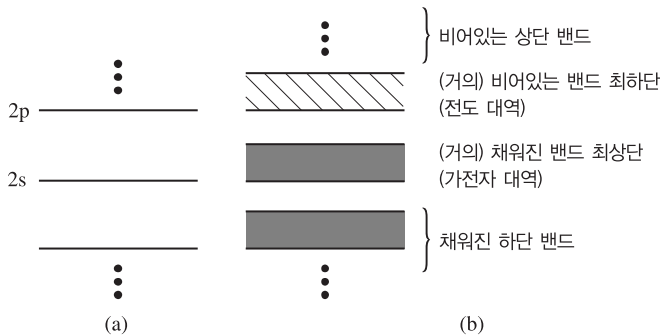
이전 절에서 기술한 결합 모델은 개념적으로는 간단한 반면에 반도체 소자를 이해하기에는 충분히 완벽하지 못하다. 가장 유용한 모델은 **에너지 밴드(energy band)**의 개념을 필요로 한다.

[그림 1-9(a)]에서처럼 원자 내부의 전자는 불연속의 에너지 준위를 점유하고 있다는 것을 상기하라. 만약에 두 원자가 매우 근접하게 되면, 파울리의 배타 원리(Pauli exclusion principle) 때문에 각각의 에너지 준위는 두 개의 준위로 분리될 것이다. 파울리의 배타 원리란, 원자, 분자, 혹은 결정과 같은 전자 시스템에서 각각의 양자 상태는 (두 개 이상의 전자에 의해 점유될 수 없고) 오직 한 개의 전자에 의해서만 점유된다고 하는 것이다. 결정과 같이 매우 많은 원자들이 근접하게 위치한다면, 불연속의 에너지 준위들은 [그림 1-9(b)]에서와 같이 에너지 상태의 **밴드(band)**들

로 대체되는데, 이 밴드들은 갭(gap)으로 분리되어 있다. 에너지 밴드를 매우 많은 수의 에너지 상태들이 반연속적으로 배열하고 있는 것으로 생각해도 된다.

자연스럽게, 전자들은 먼저 낮은 에너지 밴드를 채우려고 할 것이다. 에너지가 낮을수록 밴드는 보다 더 완벽하게 채워질 것이다. 반도체에서 대부분의 에너지 밴드들은 기본적으로 완전히 채워질 것이지만(절대온도 0도에서는 완벽하게 채워진다), 아주 높은 에너지 밴드들은 기본적으로 완전히 비어있을 것이다.

(기본적으로) 완전히 채워진 밴드와 완전히 비어있는 밴드 사이에는 [그림 1-9(b)]와 같이 거의 채워진 밴드와 거의 빈 밴드의 두 밴드가 위치한다. 그 두 밴드들이 우리에게 가장 흥미롭다. 채워진 밴드들 중 맨 꼭대기에 있는 거의 채워진 밴드를 **가전자 대역(valence band)**이라 하고, 비어있는 밴드들 중 최하단에 있는 거의 빈 밴드를 **전도 대역(conduction band)**이라고 한다. 그들 사이의 갭을 **밴드 갭(band gap)**이라고 부른다. 완전히 채워진 밴드 내의 전자는 순(net) 속도를 갖지 않기 때문에 전류를 전도하지 못하는데, 이는 완전히 채워진 병 속의 물이 출렁이지 못하는 것과 동일하다. 유사하게, 완전히 비어있는 밴드는 전류 전도에 기여하지 못한다. 이것이 가전자 대역과 전도 대역만이 반도체에서 전류 흐름에 기여하는 유일한 에너지 밴드가 되는 이유이다.



[그림 1-9] (a) Si 원자의 불연속한 에너지 상태는 (b) Si 결정에서 에너지 밴드로 대체된다.

1.3.1 에너지 밴드 다이어그램

[그림 1-10]은 반도체의 **에너지 밴드 다이어그램(energy band diagram)**이며, [그림 1-9]의 일부를 나타낸다. 이것은 E_v 로 표시된 가전자 대역의 최고 에너지와 E_c 로 표시된 전도 대역의 최저 에너지를 보여준다. E_c 와 E_v 사이의 차이가 **밴드 갭 에너지(band gap energy)** 혹은 **에너지 갭(energy gap) E_g** 이다. 명백히 $E_g = E_c - E_v$ 이다. 실리콘의 경우 에너지 갭은 약 1.1eV이다. 가전

자 대역의 전자들은 이전 절에서 설명한 결합(bond) 모델에서의 공유 결합과 연관된 전자들이고, 전도 대역의 전자들은 전도 전자 혹은 이동성 전자들이다. 몇 가지 반도체들의 밴드 갭 에너지를 [표 1-1]에 나열하였는데, 이는 넓은 범위를 보여준다. 밴드 갭 에너지는 광전 소자의 특성과 성능에 강력한 영향을 미친다(4.12.4절 및 [표 4-1] 참조). 다수의 반도체를 섞음으로써, 밴드 갭 에너지는 원하는 값으로 정확하게 맞춰질 수 있다. 이것은 광 반도체 소자들을 만드는 데 널리 실행되고 있다(4.13절 참조).



[그림 1-10] 반도체의 에너지 밴드 다이어그램

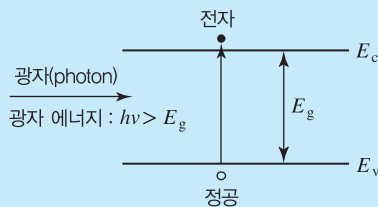
[표 1-1] 선택된 반도체들의 밴드 갭 에너지

반도체	InSb	Ge	Si	GaAs	GaP	ZnSe	다이아몬드
$E_g(\text{eV})$	0.18	0.67	1.12	1.42	2.25	2.7	6.0

NOTE

빛 검출기로서의 광전도체

[그림 1-11]과 같이 빛이 반도체 샘플에 흡수되어 전자-정공 쌍이 생성될 때, 전자와 정공의 수 (및 그에 따른 반도체의 전도도)는 빛의 세기에 비례하여 증가한다. 반도체에 두 전극을 내고 두 전극 간에 전압을 가한 후, 반도체의 컨덕턴스 변화를 측정함으로써 빛의 세기 변화를 검출할 수 있다. 이 간단한 면서도 실용적인 광검출기를 **광전도체(photoconductor)**라고 부른다.



[그림 1-11] E_g 는 반도체에 흡수되는 광자의 최소 에너지($h\nu$)로부터 결정될 수 있다.

반도체에 빛이 흡수되는 정도를 광자 에너지 $h\nu$ 의 함수로 측정함으로써 밴드 갭 에너지를 결정할 수 있다. $h\nu$ 가 E_g 보다 큰 값일 때만 빛이 강하게 흡수된다. 흡수된 광자 에너지는 [그림 1-12]에서와 같이 전자-정공 쌍을 생성시키는 데 사용된다. $h\nu$ 가 E_g 보다 작은 값으로 줄어들면, 시료는 빛에 대해 투명하게 된다. E_g 는 이 임계치 $h\nu$ 값을 측정함으로써 결정할 수 있다. [표 1-1]에 열거된 E_g 값은 근본적으로 이러한 방법에 의해 얻어진 값들이다.

예제 1-1

밴드 갭 에너지 측정

만약 반도체가 $0.87\mu\text{m}$ 보다 긴 파장의 빛에 투명하다면, 그것의 밴드 갭 에너지는 얼마인가?

풀이

$0.87\mu\text{m}$ 파장을 가진 빛의 광자 에너지는 빛의 속도 c 를 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h\nu &= h\frac{c}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} (\text{J} \cdot \text{s}) \times 3 \times 10^8 \text{m/s}}{0.87 \mu\text{m}} = \frac{1.99 \times 10^{-19} (\text{J} \cdot \mu\text{m})}{0.87 \mu\text{m}} \\ &= \frac{1.99 \times 10^{-19} (\text{eV} \cdot \mu\text{m})}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.87 \mu\text{m}} = \frac{1.24 (\text{eV} \cdot \mu\text{m})}{0.87 \mu\text{m}} = 1.42 \text{ eV} \end{aligned}$$

따라서, 반도체의 밴드 갭은 1.42eV 이다. 이 반도체는 아마 GaAs일 것이다([표 1-1] 참조).

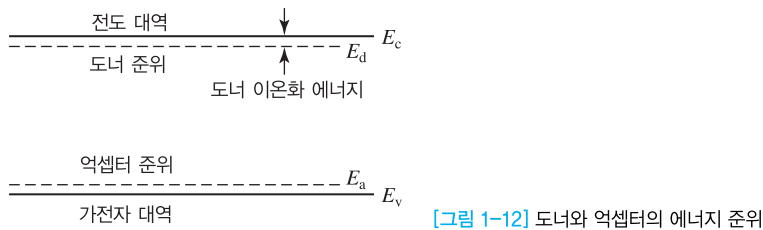
$$\text{유용한 관계식: } h\nu (\text{eV}) = \frac{1.24}{\lambda (\mu\text{m})}$$

가시 스펙트럼은 $0.5\mu\text{m}$ 에서 $0.7\mu\text{m}$ 사이에 있다. (실리콘과 GaAs는 적외선의 $h\nu$ 값에 해당하는 밴드 갭을 가진다. 따라서 그것들은 가시 광을 강하게 흡수하고 불투명하게 된다.) ‘인듐(In)과 주석(Sn) 산화물’과 같은 어떤 반도체들은 충분히 큰 값의 E_g 를 가져 가시 광에 투명하며, LCD(liquid crystal display, 액정표시기)와 같은 평판 디스플레이에서 투명 전극으로 사용된다.

1.3.2 밴드 모델에서 도너와 억셉터

도너와 억셉터의 개념은 에너지 밴드 모델에서 다음과 같이 표현된다. E_c 와 E_v 보다는 덜 중요할 지라도, 두 개의 또 다른 에너지 준위가 에너지 밴드 다이어그램에 존재하는데, 바로 도너 에너지 준위(donor energy level) E_d 와 억셉터 에너지 준위(acceptor energy level) E_a 가 그것이다([그림 1-12]). 도너 원자로부터 여분의 전자를 떼어내어 전도 전자로 자유롭게 만들기 위해서는 도너의

이온화 에너지(약 50meV)가 필요하다는 것을 상기하라. 따라서 도너 전자는 자유롭게 되기 이전에 E_c 보다 약 50meV 아래의 에너지 상태를 점유하고 있어야만 한다. 이는 $E_c - E_d$ 가 도너 이온화 에너지라는 것을 말한다. 유사하게, $E_a - E_v$ 는 억셉터 이온화 에너지(즉, 억셉터 원자가 가전자 대역으로부터 여분의 전자를 받아들여 그 자리에 정공을 생성시키는 데 사용되는 에너지)이다. 실리콘에서 몇 개의 도너와 억셉터 이온화 에너지들을 [표 1-2]에 참고로 열거하였다. As, P, Sb, B는 실리콘에서 가장 흔하게 사용되는 도펀트들이다. 이러한 4개의 불순물처럼, 이온화 에너지가 작은 억셉터와 도너 준위들을 **얕은 준위(shallow level)**라고 한다. 깊은 준위(deep level)는 이들과는 다른 구리나 금과 같은 불순물을 첨가하면 생성되고, 이들은 매우 다른 방법으로 실리콘 특성에 영향을 준다(2.6절 참조).



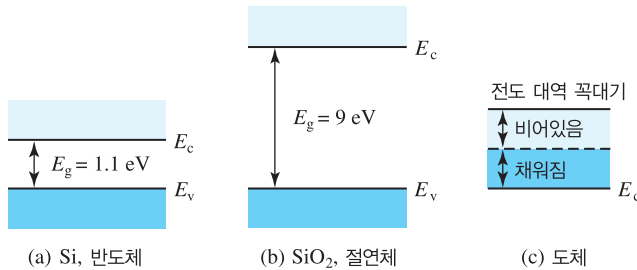
[표 1-2] 실리콘의 경우 선택된 도너와 억셉터들의 이온화 에너지

	도너			억셉터		
도펀트	Sb	P	As	B	Al	In
이온화 에너지 $E_c - E_d$ 또는 $E_a - E_v$ (meV)	39	44	54	45	57	160

1.4 반도체, 절연체, 도체

에너지 밴드 모델에 기초하여, 지금 우리는 반도체, 절연체, 그리고 도체들 사이의 차이점을 이해할 수 있다. 반도체는 [그림 1-13(a)]에서 보는 바와 같이 거의 채워진 가전자 대역과 이로부터 밴드 갭만큼 떨어진 거의 빈 전도 대역을 가지고 있다. 절연체의 밴드 다이어그램은 반도체의 밴드 다이어그램과 유사하지만, 훨씬 큰 E_g 를 갖는다는 차이점이 있다. E_g 는 완전히 채워진 밴드와 완전히 빈 밴드를 분리시키는 에너지이다([그림 1-13(b)] 참조). 완전히 채워진 밴드와 완전히 빈 밴드는 전류 전도에 기여하지 않으며, 이는 완전히 빈 항아리와 완전히 채워진 항아리에 담긴 액체는 움직임이 없다는 것과 같은 이치이다. 도체는 아주 다른 에너지 밴드 다이어그램을 갖는다.

[그림 1-13(c)]와 같이, 도체는 부분적으로 채워진 밴드를 갖는다. 이것은 도체의 전도 대역이며 전도 전자들을 보유하고 있다. 전형적인 도체의 저항률 값이 반도체나 절연체보다 매우 작은 값을 갖는 것은 바로 이러한 풍부한 전도 전자들의 존재 때문이다.



[그림 1-13] (a) 반도체, (b) 절연체, (c) 도체에 대한 에너지 밴드 다이어그램

어떤 물질들은 왜 부분적으로 채워진 밴드를 가지며, 그로 인해 도체가 되는가? 각각의 에너지 밴드는 원자 하나당 2개의 전자를 가질 수 있다.¹ 이는 Au, Al, Ag와 같은 홀수의 원자 번호(및 그에 따른 홀수의 전자 수)를 가진 원소 고체가 왜 도체인지를 말해준다. 그러나 Zn이나 Pb와 같이 짝수 원자 번호를 가진 원소들도 채워진 밴드와 비어있는 밴드의 에너지 값이 서로 겹쳐질 수 있고, 따라서 합쳐져서 부분적으로 채워진 밴드를 만들어내는 것이 가능하기 때문에 여전히 도체가 될 수 있다. 이러한 원소를 준금속(semimetal)이라고 한다.

절연체는 채워진 가전자 대역과 비어있는 전도 대역을 가지고 있는데, 매우 큰 E_g 값으로 분리되어 있다. 물질이 절연체로 분류되기 위해서는 얼마나 큰 E_g 값을 가져야 충분히 크다고 할 수 있을까? 4eV이면 수용할 만한 답이 된다고는 하지만, 명확한 경계는 없다. 그러나 ~6eV(종종 교과서에서 절연체의 예로 인용되는 수치)의 E_g 를 갖는 다이아몬드조차 반도체 특성을 보인다. 다이아몬드는 N형과 P형으로 도핑될 수 있으며, 정류기와 트랜지스터 같은 전자 소자들도 이 다이아몬드로 만들어진다.

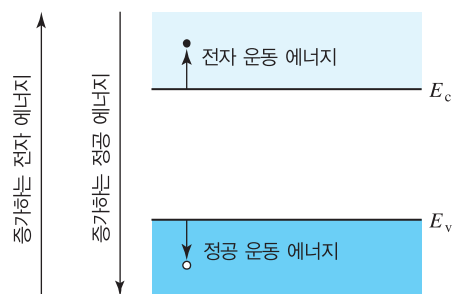
반도체는 불순물 도핑을 함으로써 낮은 저항률을 갖는 N형 혹은 P형으로 제작될 수 있다는 점에서 절연체와 다르다고 말할 수 있다. 반도체의 이러한 특성은 소자 응용에 있어서 매우 중요하다.

¹ 이것은 간소화하여 설명한 것이다. 실제로 각 밴드는 기본 셀 하나당 두 개의 전자를 보유할 수 있으며, 기본 셀은 여러 원자를 포함하기도 한다. 기본 셀은 결정을 만들기 위해 반복되는 최소의 구조이다. [그림 1-2]의 짙은 색 부분이 Si 결정의 기본 셀이다.

1.5 전자 및 정공

전자(electron)라는 용어가 “가전자 대역에서 거의 모든 에너지 상태는 전자들로 채워져 있다”라는 말에서처럼 가전자 대역과 연관하여 사용될 수 있을지라도, 우리는 그 용어가 보통은 **전도 대역(conduction-band)** 전자들을 의미한다고 가정한다. **정공(hole)**은 가전자 대역에 있는 전자의 빈자리이다. 전자와 정공들은 각각 음전하($-q$)와 양전하($+q$)를 운반한다. [그림 1-14]에서 볼 수 있듯이, 에너지 밴드 다이어그램에서 높은 위치는 높은 전자 에너지를 의미한다. 전도 전자 에너지의 최소값은 E_c 이다. 전도 전자의 에너지 중 E_c 보다 큰 모든 에너지는 전자의 운동 에너지가 된다. 전자는 전기장 내에서 가속됨으로써 에너지를 얻을 수 있고, 결정 내의 결함들과 충돌함으로써 에너지를 잃을 수도 있다.

[그림 1-14]에서 보는 바와 같이 에너지 다이어그램에서 더 낮은 위치는 더 높은 정공 에너지를 의미한다. 정공을 “아래쪽”으로 이동시키기 위해서는 에너지가 필요한데 이는 전자를 위쪽으로 이동하는 것과 마찬가지로 때문이다. E_v 는 최소 정공 에너지이다. 우리는 **정공을 에너지 밴드에서 떠다니는 액체 내의 기포처럼** 생각할 수 있다. 비슷하게, 전자를 에너지 밴드에서 최소 에너지 상태로 떨어지려는 경향이 있는 물방울처럼 생각할 수 있다.



[그림 1-14] 전자와 정공은 모두 최소 에너지의 위치를 찾아가려는 경향이 있다. 전자는 에너지 밴드 다이어그램에서 아래로 떨어지려는 경향이 있다. 정공은 물속의 기포처럼 떠오른다.

1.5.1 유효질량

전기장 $\mathcal{E}$ 이 가해질 때, 전자 혹은 정공은 다음 식에 따라서 가속될 것이다.

$$\text{가속도} = \frac{-q\mathcal{E}}{m_n} : \text{전자들} \quad (1.5.1)$$

$$\text{가속도} = \frac{q\mathcal{E}}{m_p} : \text{정공들} \quad (1.5.2)$$

전자와 정공의 운동을 입자의 운동에 관한 고전적 법칙을 사용해서 묘사하기 위해서는, 우리는 **유효질량**(effective mass, m_n 및 m_p)을 적용해야 한다. 몇몇 반도체의 전자 및 정공에 대한 유효 질량을 [표 1-3]에 열거하였다.

[표 1-3] 자유전자 질량으로 정규화한 전자 및 정공의 유효질량, m_n 과 m_p

	Si	Ge	GaAs	InAs	AlAs
m_n/m_0	0.26	0.12	0.068	0.023	2.0
m_p/m_0	0.39	0.30	0.50	0.30	0.3

결정 내의 전자와 정공은 결정 내부의 주기적인 쿨롱 전계와 상호작용을 한다. 그들은 결정 내의 주기적인 전위를 파도타기 하듯 넘나들 것이며, 따라서 m_n 과 m_p 는 자유전자 질량과는 동일하지 않다.

결정 내의 전자에 대한 완벽한 기술은 반드시 그들의 입자 특성뿐만 아니라 파동 특성에 기초를 두어야만 한다. 전자의 파동 함수는 3차원 슈뢰딩거(Schrödinger) 파동 방정식의 해이다[2].

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\psi + V(\mathbf{r})\psi = E\psi \quad (1.5.3)$$

여기서 $\hbar = h/2\pi$ 는 축소된 플랑크 상수이고, m_0 는 자유전자 질량, $V(\mathbf{r})$ 은 3차원 공간에서 결정 이 전자에 제공하는 위치 에너지 장이며, E 는 전자의 에너지이다. 해는 $\exp(\pm \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ 형태가 되며, 이는 전자의 파동 $\mathbf{k}$ 를 의미한다. 여기서 $\mathbf{k}$ 는 **파동 벡터**(wave vector)라 불리는데, “ 2π /전자의 파장”이며 E 의 함수가 된다. 다시 말하면, 각각의 $\mathbf{k}$ 값에 대하여 상응하는 E 값이 있다(E - $\mathbf{k}$ 다이어그램의 도식은 [그림 4-27] 참조). 더 나아가 [2]에서 볼 수 있는 것은, E - $\mathbf{k}$ 관계가 구 대칭성을 가진다고 가정하면, 전기장 $\mathcal{E}$ 은 전자의 파동 패킷을 다음과 같이 가속시킨다는 것이다.

$$\text{가속도} = -\frac{q\mathcal{E}}{\hbar^2} \frac{d^2E}{d\mathbf{k}^2} \quad (1.5.4)$$

가속도를 F/m 의 형태로 해석하기 위해 유효질량의 개념을 소개하는 것이 편리하다.

$$\text{유효질량} \equiv \frac{\hbar^2}{d^2E/d\mathbf{k}^2} \quad (1.5.5)$$

각각의 반도체 물질은 전도 대역에서 (유일한 $V(\mathbf{r})$ 에 대하여) 유일한 E - $\mathbf{k}$ 관계를 갖고, 또한 가전자 대역에서도 또 다른 유일한 E - $\mathbf{k}$ 관계를 갖는다. 따라서 각각의 반도체 물질은 유일한 m_n 과

m_p 를 갖는다.

[표 1-3]에 열거한 값은 실험적으로 측정된 값들이다. 이 값들은 컴퓨터를 사용하여 슈뢰딩거 파동 방정식을 해석하여 얻은 유효질량들과 잘 일치한다.

1.5.2 유효질량은 어떻게 측정하는가²

반도체 내의 전자 혹은 정공의 유효질량을 어떻게 측정하는지 궁금하다면, 사이클로트론 공명(cyclotron resonance)이라 하는 강력한 기법에 대하여 공부해 보자.

[그림 1-15]와 같이 자기장(B) 안에 위치한 N형 반도체 내의 전자를 생각해 보자. 운동하는 전자는 B 에 수직인 평면 내에서 원형의 경로로 궤적을 그릴 것이다(덧붙여서, B 에 평행인 전자의 운동이 있을 수 있다. 이 속도의 성분은 현 분석에서는 무시한다). 자기장은 qvB 에 해당하는 로렌츠의 힘(Lorentzian force)을 발휘하는데, 여기에서 v 는 전자 속도이고 B 는 자속 밀도이다. 이 힘을 반지름 r 의 원운동에 해당하는 구심력과 같다고 하면, 다음 값을 얻을 수 있다.

$$\frac{m_n v^2}{r} = qvB \quad (1.5.6)$$

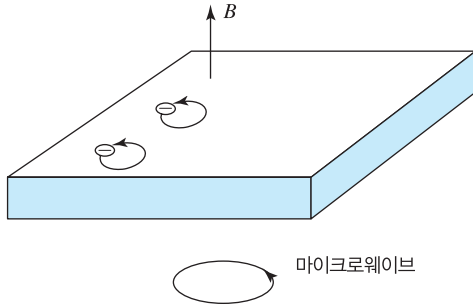
$$v = \frac{qBr}{m_n} \quad (1.5.7)$$

원운동의 주파수는 다음과 같다.

$$f_{cr} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{qB}{2\pi m_n} \quad (1.5.8)$$

이것은 사이클로트론 공명 주파수이다. 공명 주파수는 r 과 v 에 독립적이라는 것에 주의하라. 지금, 만약 원형으로 편광된 전계가 주파수 f_{cr} (전형적으로 기가헤르츠 범위)과 동일한 주파수로 이 반도체에 가해진다면, 전자들은 강하게 마이크로파 에너지를 흡수할 것이다. 그렇게 되면 전자들은 보다 고속으로 가속되고, 그들의 원운동 주파수를 바꾸지 않으면서(식 (1.5.8) 참조) 반경이 증가된 원 궤적을 그리고(식 (1.5.7) 참조), 충돌을 통해 에너지를 손실하며, 그리고는 또다시 가속 과정을 시작할 것이다. 만약 가해진 전계의 주파수가 f_{cr} 과 같지 않다고 하면, 즉 가해진 전계가 전자의 운동과 동시성이 어긋날 때는 확실히 흡수는 많이 약화될 것이다.

² 이 절은 속성 과정에서는 생략해도 된다.



[그림 1-15] 자기장 B 와, 회전하는 전기장을 갖는 마이크로웨이브(회전 방향은 화살표로 표시됨)가 존재할 때 N형 반도체 내에서 전자의 운동

전기장의 주파수를 변화시키거나 혹은 B 를 변화시킴으로써 흡수 시 피크가 관측되면, 식 (1.5.8)을 이용해 m_n 을 계산할 수 있다. 또한 정공의 유효질량을 측정하기 위해 P형 반도체 상에서 동일한 측정을 시행할 수 있다.

1.6 상태 밀도

에너지 밴드를 불연속인 에너지 상태들의 집합으로 생각하는 것은 유용하다. [그림 1-16(a)]는 이러한 내용을 역설하고 있다. 양자역학 용어로, 각 상태는 반도체의 주기적인 전위 함수에 대하여 슈뢰딩거 파동 방정식을 풀어서 구한 유일한 해와 유일한 스핀(업과 다운)을 의미한다[3]. 각 상태는 단 하나의 전자를 보유하거나 혹은 전혀 보유하고 있지 않거나 한다. 만약 우리가 전도 대역에서 작은 에너지 범위 ΔE 내에 있는 상태들의 수를 계산한다면, 우리는 **상태 밀도**(density of state)를 알 수 있다.

$$D_c(E) \equiv \frac{\Delta E \text{ 내에 존재하는 상태들의 숫자}}{\Delta E \times \text{부피}} \quad (1.6.1)$$

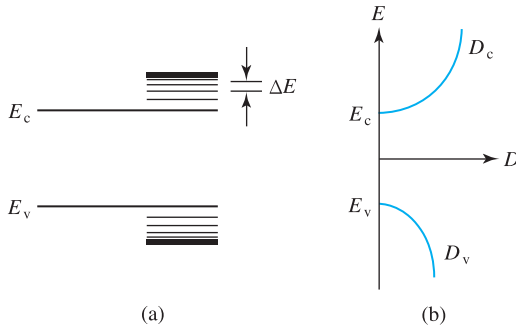
이 전도 대역 상태 밀도는 E 의 함수이다(즉, 여기에 ΔE 가 위치한다). 유사하게, 가전자 대역 상태 밀도 $D_v(E)$ 도 존재한다. D_c 와 D_v 는 [그림 1-16(b)]에 그래프로 묘사되어 있으며, 이 그림에서 D_c 와 D_v 는 E 의 범위에서 적어도 $\sqrt{E - E_c}$ 와 $\sqrt{E_v - E}$ 에 비례하는 것을 볼 수 있다. 유도 과정은 부록 I의 “상태 밀도의 유도”에 기술되어 있다.

$$D_c(E) = \frac{8\pi m_n \sqrt{2m_n(E - E_c)}}{h^3}, \quad E \geq E_c \quad (1.6.2a)$$

$$D_v(E) = \frac{8\pi m_p \sqrt{2m_p(E_v - E)}}{h^3}, \quad E \leq E_v \quad (1.6.2b)$$

$D_c(E)$ 와 $D_v(E)$ 는 입방 센티미터당 일렉트론볼트당 개수[개/cm³/eV]의 차원을 갖는다.

식 (1.6.1)에 따르면, 곱한 항 $D_c(E)dE$ 와 $D_v(E)dE$ 는 반도체 체적의 cm³당, 에너지 범위 E 와 $E + dE$ 사이에 위치한 에너지 상태들의 개수이다. 우리는 이 개념을 1.8.1절에서 사용할 것이다.



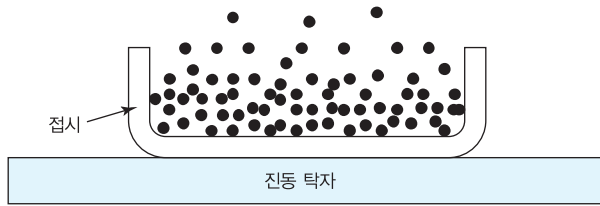
[그림 1-16] (a) 불연속 에너지 상태들의 집합으로 보는 에너지 밴드, (b) D 는 에너지 상태 밀도이다.

1.7 열적 평형상태와 페르미 함수

전도 대역 전자들 대부분이 전자 에너지가 가장 작은 E_c 근처에서 발견된다는 것을 1.6절에서 설명했다. 대부분의 정공들은 정공 에너지가 가장 작은 E_v 쪽으로 “떠오르게” 될 것이다. 이번 절에서 우리는 전자와 정공의 분포에 대해서 좀 더 자세히 살펴볼 것이다.

1.7.1 열적 평형상태에 대한 유사현상

다음과 같이 머릿속 실험을 해 보자. [그림 1-17]에서처럼 테이블 위에 놓인 얇은 접시의 바닥에 얇은 층의 모래를 깔다. 모래 입자들은 전도 대역의 전자들을 의미한다. 기계가 테이블을 흔들면 그에 따라 접시가 위아래로 움직인다. 접시의 진동은 절대온도 0도 이상의 어떤 온도에서 원자와 전자와 정공이 경험하게 되는 열적 선동(thermal agitation)을 의미한다. 모래는 계속 움직이거나 이동할 것이며 결국 거의 평탄한 표면이 만들어질 것이다. 이것이 평형상태 조건이다. 평형상태 조건(equilibrium condition)은 열적 선동이 존재할 때 최소 에너지를 갖는 배열이다. 만약 평평한 표면 위로 돌출물인 작은 모래 언덕이 존재한다면, 그것은 최소의 에너지 상태가 아니다. 왜냐하면 모래 언덕을 평탄하게 함으로써 그 시스템의 중력 에너지가 더 줄어들 수 있기 때문이다. 이것은 전자가 전도 대역의 좀 더 낮은 에너지 상태를 차지하려고 하는 동향과 같다.



[그림 1-17] 진동 탁자 위 접시 안에 있는 모래 입자들의 높이는 열 에너지의 선동이 있을 때 전도 대역 내 전자들의 에너지를 표현한다.

그렇지만 이 열적 선동으로 인해 입자들은 가능한 최소 에너지의 위치만을 점유한 상태로 있을 수 없다는 사실에 주목하라. 이러한 사실은 접시를 좀 더 강력하게 흔들어 봄으로써 과장해 볼 수 있다. 지금, 얼마간의 모래 입자들은 공중으로 튀어 오르기도 하고 다시 떨어지기도 할 것이다. 이 시스템은 “열적” 선동의 존재와 조화를 이룬 가능한 최소 에너지의 상태에 있게 된다. 이것이 **열적 평형상태(thermal equilibrium)**이다.

모래 입자들이 튀어 오르고 떨어지고 하기 때문에, 공중에 더 높이 있는 약간의 에너지 상태도 가진다. 모래 입자들이 공중에 좀 더 높이 튀어 오른 상태, 즉 좀 더 높은 에너지 상태를 점유할 확률은 더 낮은 확률(더 짧은 시간)로 존재한다. 유사하게, 반도체 내에서의 전자와 정공들은 결정으로부터 에너지를 받거나 혹은 결정과 에너지를 교환하면서, 그리고 서로 간에 에너지를 받거나 교환하는 가운데, **전도 대역과 가전자 대역의 모든 에너지 상태는 전자에 의해 점유될 일정한 확률을 갖게 된다.** 이 확률은 다음 절에서 정량적으로 다룬다.

1.7.2 페르미 함수 — 에너지 상태가 전자에 의해 점유될 확률

입자의 에너지 값에서 한 전자를 발견할 확률을 표현하는 식을 유도할 수 있다. 입자들이 어떻게 원자들과 튕겨나가거나 혹은 서로 간에 튕기는지에 대해 상세하게 고려하지 않고, 오직 입자의 수와 총 시스템 에너지가 일정하게 유지된다는 가정만 하고 통계 열역학적 분석을 하면 다음 결과를 얻는다. (유도 과정은 부록 II “페르미-디랙 분포 함수의 유도”에 기술되어 있다.)

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/kT}} \quad (1.7.1)$$

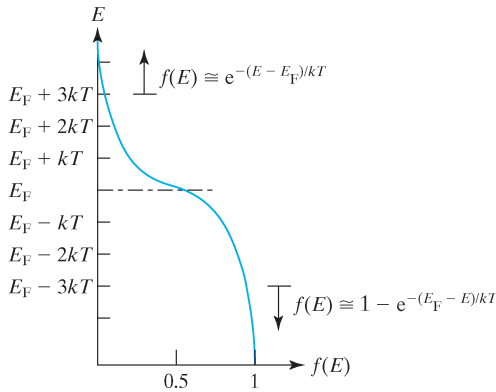
식 (1.7.1)과 같이 박스로 강조된 수식은 특별히 중요하고 자주 인용되는 것이다. 식 (1.7.1)은 **페르미 함수(Fermi function)**, 혹은 **페르미-디랙 분포 함수(Fermi-Dirac distribution function)**, 혹은 **페르미-디랙 통계(Fermi-Dirac statistics)**라고 부른다. E_F 는 **페르미 에너지(Fermi energy)** 혹은 **페르미 준위(Fermi level)**라고 부른다. $f(E)$ 는 에너지 E 의 상태가 전자에 의해 점유

될 확률이다. [그림 1-18]은 페르미 함수를 묘사하고 있다. 큰 값의 E (즉, $E - E_F \gg kT$)에서, 그 상태가 전자에 의해 점유될 확률은 E 값이 증가할수록 지수함수적으로 감소한다. 이 에너지 영역에서 식 (1.7.1)은 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$f(E) \approx e^{-(E - E_F)/kT} \quad (1.7.2)$$

식 (1.7.2)는 볼츠만 근사(Boltzmann approximation)로 알려져 있다. 낮은 에너지 영역(즉, $E - E_F \ll -kT$)에서 점유 확률은 1에 가깝다. 다른 말로 하면, 낮은 에너지 상태들은 완전히 점유되는 경향이 있다. 여기서 식 (1.7.1)은 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$f(E) \approx 1 - e^{-(E_F - E)/kT} \quad (1.7.3)$$



[그림 1-18] 페르미 함수 다이어그램. 페르미 함수에 대한 상호작용 학습이 가능한 도해는 다음을 참조하라.
<http://jas.eng.buffalo.edu/education/semicon/fermi/functionAndStates/functionAndStates.html>

이 에너지 영역에서, 한 상태가 점유되어있지 않을 확률, 즉 정공에 의해 점유될 확률은 다음과 같다.

$$1 - f(E) \approx e^{-(E_F - E)/kT} \quad (1.7.4)$$

식 (1.7.1)과 [그림 1-18]로부터, E_F 에서의 점유 확률은 1/2이 된다. 만약 E 가 E_F 보다 매우 낮다고 하면 점유 확률은 1에 가까워지고, E 가 E_F 보다 매우 높다고 하면 점유 확률은 0에 가까워진다. E_F 에 대해 기억해야만 하는 매우 중요한 사실은 열적 평형상태에 있는 시스템에 대하여 단 하나의 페르미 준위만 존재한다는 것이다. 이 책의 나머지 부분에서 이 사실은 자주 사용될 것이다. 나중에, 시스템 내에 존재하는 전자나 정공의 개수에 따라 E_F 값이 달라진다는 것을 알게 될 것이다.

NOTE

무엇이 E_F 를 결정하는가?

이 예제는 시스템 내에 있는 이용 가능한 전자들과 상태들에 의해 페르미 준위 E_F 가 결정된다는 것을 보이기 위한 것이다. [그림 1-19]는 상온에서 전자 시스템의 에너지 상태를 나타낸다. 각 에너지 상태는 하나의 전자를 보유하거나 혹은 단 하나도 보유하지 않거나(즉, 점유되었거나 혹은 비어있거나) 할 수 있다. 이 시스템에는 단 하나의 전자만 있다고 한다. 이 시스템에 전자 하나만 있으므로, 각 상태가 점유될 확률들의 합은 1이 되어야 한다. 시행착오에 의하여, E_1 위에 그리고 E_2 아래 어딘가에 위치한 오직 하나의 특정 E_F 가 이러한 조건을 만족시킬 수 있다는 것을 여러분 스스로 확인해 보라. 이 값을 계산하지는 말라.

힌트 만약 E_F 가 E_3 위에 있다면, 그리고 만약 E_F 가 E_1 아래에 있다면, 몇 개의 전자가 시스템 내에 있을 것인지 자신에게 질문해 보라.

$$\begin{array}{l} \text{————— } E_3 = 0 \text{ eV} \\ \text{————— } E_2 = -1 \text{ eV} \end{array}$$

$$E_F \text{ ————— } E_1 = -4 \text{ eV}$$

[그림 1-19] 무엇이 페르미 에너지 E_F 를 결정하는지를 보여주는 상온에서의 간단한 전자 시스템

예제 1-2

산소 농도 대 고도

우리 모두는 보다 높은 고도일수록 공기 중에 산소가 희박하다는 사실을 알고 있다. 0°C 의 일정한 온도를 가정할 때, 해발 10km에서의 산소 농도 N_h 와 해수면에서의 산소 농도 N_0 간의 비율은 얼마인가?

풀이

보다 높은 고도에서 산소 분자의 중력 위치 에너지 E_h 는 해수면에서의 중력 위치 에너지 E_0 보다 크기 때문에 높은 고도일수록 산소 분자 수가 더 적다. 식 (1.7.2)에 따르면 다음과 같다.

$$\frac{N_h}{N_0} = \frac{e^{-E_h/kT}}{e^{-E_0/kT}} = e^{-(E_h - E_0)/kT}$$

$E_h - E_0$ 는 위치 에너지 차이, 즉 산소 분자를 해수면에서 해발 10km 지점까지 들어올리는 데 필요한 에너지이다.

$$\begin{aligned}
E_h - E_0 &= \text{고도} \times \text{O}_2 \text{ 분자의 무게} \times \text{중력가속도} \\
&= 10^4 \text{m} \times \text{O}_2 \text{ 분자량} \times \text{원자 질량 단위} \times 9.8 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \\
&= 10^4 \text{m} \times 32 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{kg} \times 9.8 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \\
&= 5.2 \times 10^{-21} \text{J} \\
\therefore \frac{N_h}{N_0} &= e^{-5.2 \times 10^{-21} \text{J} / 1.38 \times 10^{-10} \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \times 273 \text{K}} \\
&= e^{-1.38} = 0.25
\end{aligned}$$

그러므로 10km 지점에서 산소의 농도는 해수면에서 농도의 25%이다.

이 예제와 열적 평형상태에 대한 유사현상으로 다루었던 ‘접시 안의 모래’를 설명한 이유는 평형상태 개념의 수수께끼를 풀기 위하여, 그리고 각각의 전자 에너지 상태가 페르미 함수에 의해 지배되는 점유될 확률 값을 갖는다는 것을 강조하기 위함이다.

추가 질문 후속 질문으로 연습문제 1.4를 보라.

1.8 전자와 정공의 농도

우리는, 만약 반도체가 입방 센티미터(cubic centimeter, cc)당 10^{16} 개의 도너로 도핑된다면 전자농도는 10^{16}cm^{-3} 이 될 것이라고 말했다. 그러면 정공의 농도는 얼마일까? 도핑되지 않은 반도체에서 캐리어 농도는 얼마일까? 본 절에서 페르미 준위와 캐리어 농도 간의 중요한 관계들을 유도하고 나서야 이 질문들에 답을 할 수 있을 것이다.

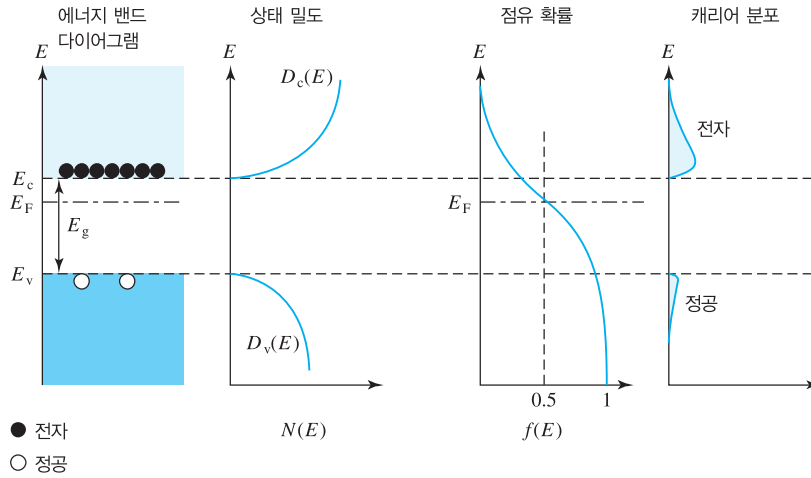
1.8.1 $D(E)$ 와 $f(E)$ 로부터 n 과 p 의 유도

일단 우리는 전자 농도(electron concentration)라고 알려진 전도 대역 내 전자의 농도를 유도할 것이다. $D_c(E)dE$ 는 각 입방 센티미터당 E 와 $E + dE$ 사이에 있는 에너지 상태의 개수이다. 따라서 $f(E)D_c(E)dE$ 의 곱은 반도체의 입방 센티미터당 E 와 $E + dE$ 사이에 있는 전자의 개수가 된다. 그러므로 전체 전도 대역 내에 있는 입방 센티미터당 전자의 개수는 다음과 같다.

$$n = \int_{E_c}^{\text{전도 대역 폭대기}} f(E)D_c(E) dE \quad (1.8.1)$$

도표로 보면, 이 적분은 [그림 1-20]에서 음영 부분의 면적으로 주어지며, 이는 전자의 농도를 산출한다. 이제 식 (1.6.2a)와 (1.7.2)를 식 (1.8.1)에 대입하고 적분의 상한을 무한대로 놓는다. 적분의 상한을 무한대 값으로 바꾸는 것은 [그림 1-20]에서 보는 바와 같이 E 값이 증가하면서

$f(E)$ 값이 빠르게 떨어지기 때문에 수용할 만하다. 이렇게 하면 우리는 n 에 대한 닫힌 형태의 표현식을 얻을 수 있다.



[그림 1-20] 도표화된 밴드 다이어그램, 상태 밀도, 페르미-디랙 분포, 캐리어 분포 대 에너지

$$n = \frac{8\pi m_n \sqrt{2m_n}}{h^3} \int_{E_c}^{\infty} \sqrt{E - E_c} e^{-(E - E_F)/kT} dE \quad (1.8.2)$$

$$= \frac{8\pi m_n \sqrt{2m_n}}{h^3} e^{-(E_c - E_F)/kT} \int_0^{\infty} \sqrt{E - E_c} e^{-(E - E_c)/kT} d(E - E_c) \quad (1.8.3)$$

다음과 같은 새로운 변수를 도입하면,

$$x = (E - E_c)/kT$$

식 (1.8.3) 안의 적분은 감마 함수(gamma function)의 형태가 되고, 그 값은 $\sqrt{\pi}/2$ 와 같다. 즉,

$$\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx = \sqrt{\pi}/2 \quad (1.8.4)$$

식 (1.8.4)를 식 (1.8.3)에 적용하면 다음 두 방정식을 얻을 수 있다.

$$n = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT} \quad (1.8.5)$$

$$N_c \equiv 2 \left[\frac{2\pi m_n kT}{h^2} \right]^{3/2} \quad (1.8.6)$$

N_c 는 **유효 상태 밀도**(effective density of states)라고 부른다. 식 (1.8.5)는 중요한 방정식이고 암기해야만 한다. 우리가 왜 N_c 를 **유효**(effective) 상태 밀도라 하는지 그 이유를 이해한다면, 이 방정식을 기억하는 것은 쉽다. 그것은 마치 전도 대역 내의 모든 에너지 상태가 단 하나의 에너지 준위 E_c 로 **유효하게**(effectively) 압착된다면 (입방 센티미터당) N_c 개의 전자를 수용할 수 있는 상태가 되는 것과 같다. 그 결과, 식 (1.8.5)의 전자 농도는 단순히 N_c 와 ' E_c 의 에너지 상태가 점유 될 확률'을 곱한 값이 된다.

똑같은 방법으로 정공의 농도에 대한 표현식을 이끌어낼 수 있다. 에너지 상태가 정공에 의해 점유 될 확률은 에너지 상태가 전자에 의해 점유되지 **않을** 확률, 즉 $1 - f(E)$ 이다. 따라서,

$$p = \int_{\text{가전자 대역 바닥}}^{E_v} D_v(E)(1 - f(E)) dE \quad (1.8.7)$$

식 (1.6.2b)와 (1.7.4)를 식 (1.8.7)에 대입하면 다음 값을 얻을 수 있다.

$$p = N_v e^{-(E_F - E_v)/kT} \quad (1.8.8)$$

$$N_v \equiv 2 \left[\frac{2\pi m_p kT}{h^2} \right]^{3/2} \quad (1.8.9)$$

N_v 는 **가전자 대역의 유효 상태 밀도**(effective density of states of the valence band)이다. (N_c 의 정식 명칭은 전도 대역의 유효 상태 밀도이다.) N_c 와 N_v 의 값은 둘 다 약 10^{19}cm^{-3} 이고, 차이점이라면 m_n 과 m_p 가 다르다는 점이다. 반도체 종류마다 유효질량 또한 달라지기 때문에 반도체별로 N_c 와 N_v 가 약간 다르다. Ge, Si, 그리고 GaAs에 대한 N_c 및 N_v 의 값이 [표 1-4]³에 나열되어 있다.

[표 1-4] 300K에서 Ge, Si, GaAs에 대한 N_c 및 N_v 의 값

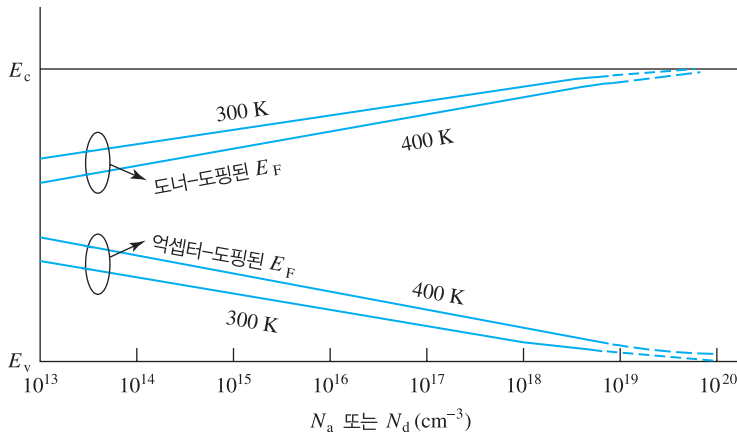
	Ge	Si	GaAs
$N_c(\text{cm}^{-3})$	1.04×10^{19}	2.8×10^{19}	4.7×10^{17}
$N_v(\text{cm}^{-3})$	6.0×10^{18}	1.04×10^{19}	7.0×10^{18}

3 [표 1-3]의 유효질량을 **전도도 유효질량**(conductivity effective mass)이라고 하는데, 캐리어 운동의 묘사에 적합한 양자 역학적 파동 벡터들에 대해 평균한 값이다[3]. 식 (1.6.2a)와 (1.6.2b), (1.8.6), (1.8.9)의 유효질량은 **상태 밀도 유효질량**(density-of-states effective mass)이라고 하는데, 약간 다른 값을 가진다(이는 상태 밀도의 묘사에 적합한 다른 방법으로 평균을 취해 얻은 결과이기 때문이다).

1.8.2 페르미 준위와 캐리어 농도

우리는 식 (1.8.5)와 (1.8.8)을 되풀이하여 사용할 것이다. 당장에 이 식들은 E_F 를 전자와 정공의 농도에 연결함으로써 페르미 준위의 미스터리를 제거하도록 도와준다.

[그림 1-21]은 페르미 준위의 위치를 캐리어 농도의 함수로 보여준다. E_F 가 E_c 혹은 E_v 로부터 약 20meV($\sim kT$) 떨어졌을 때 실선들이 멈추는 것을 살펴보자. 이 범위를 넘어서면, 식 (1.8.5)와 (1.8.8)을 유도할 때 적용한 볼츠만 근사는 정량적으로 타당하지 못하다. 이 수식들은 반도체가 고농도로 도핑되거나($>10^{19}\text{cm}^{-3}$) 혹은 축퇴(degenerate)되면 정확하지 않게 된다. E_F 가 E_c 아래 쪽으로 멀어지면 멀어질수록 n 이 감소하고, 반대로 E_F 가 E_v 위쪽으로 멀어지면 멀어질수록 p 가 감소한다는 것을 기억하라.



[그림 1-21] 300K와 400K에서, Si 내 페르미 준위의 위치 대 도펀트 농도

예제 1-3

Si에서 페르미 준위 찾기

300K에서 $n = 10^{17}\text{cm}^{-3}$ 일 때, 실리콘의 에너지 밴드에서 E_F 의 위치는 어디이겠는가? 그리고 $p = 10^{14}\text{cm}^{-3}$ 일 때는?

풀이

식 (1.8.5)로부터 다음과 같이 전개할 수 있다.

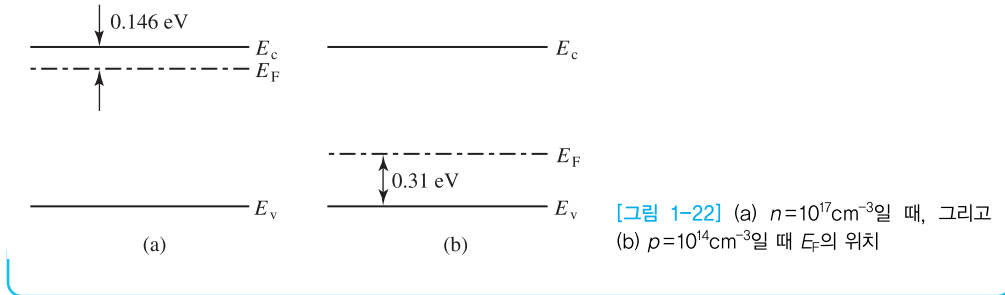
$$\begin{aligned} E_c - E_F &= kT \cdot \ln(N_c/n) \\ &= 0.026 \ln(2.8 \times 10^{19}/10^{17}) \\ &= 0.146 \text{ eV} \end{aligned}$$

따라서 [그림 1-22(a)]에서 보는 바와 같이, E_F 는 E_c 아래쪽으로 146meV 떨어진 지점에 위치한다.

$p = 10^{14}\text{cm}^{-3}$ 일 경우에는 식 (1.8.8)로부터 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_F - E_v &= kT \cdot \ln(N_v/p) \\ &= 0.026 \ln(1.04 \times 10^{19}/10^{14}) \\ &= 0.31 \text{ eV} \end{aligned}$$

따라서, E_F 는 E_v 위쪽으로 0.31eV 떨어진 지점에 위치한다.



1.8.3 np 곱과 진성 캐리어 농도

E_F 는 E_c 와 E_v 모두에 가깝게 위치할 수 없기 때문에, n 과 p 는 모두 동시에 큰 숫자가 될 수 없다. 식 (1.8.5)와 (1.8.8)을 함께 곱하면, 우리는 다음 식을 얻는다.

$$np = N_c N_v e^{-(E_c - E_v)/kT} = N_c N_v e^{-E_g/kT} \quad (1.8.10)$$

식 (1.8.10)은 도펀트 농도에 관계없이, 주어진 반도체와 온도에 대하여 np 곱이 일정하다는 것을 보인다. 이는 중요한 관계식이고 보통 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$np = n_i^2 \quad (1.8.11)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2kT} \quad (1.8.12)$$

식 (1.8.11)에 따르면, 도펀트가 존재하든지 존재하지 않든지 관계없이 항상 얼마간의 전자와 정공들이 존재한다. 만약 도펀트가 존재하지 않는다고 하면, 그러한 반도체를 **진성(intrinsic)**이라고 말한다. 진성 반도체에서 n 과 p 가 영이 되지 않는 것은, 열적 여기(勵起, excitation)가 존재하

여 약간의 전자를 가전자 대역으로부터 전도 대역으로 이동시킨 결과이다. 그러한 이동은 전자와 정공을 쌍으로 생성시키기 때문에, 진성 반도체에서 $n = p$ 이다. 이러한 사실과 식 (1.8.11)이 곧 바로 암시하는 것은, 진성 반도체에서 다음 식이 성립한다는 것이다.

$$n = p = n_i \quad (1.8.13)$$

그러므로 n_i 는 **진성 캐리어 농도**(intrinsic carrier concentration)라고 부른다. 식 (1.8.12)에 따르면 n_i 는 E_g 와 T 에는 강하게 의존하는 함수이나, 도펀트 농도와는 무관하다. 상온에서 n_i 는 Si에 대하여는 약 10^{10}cm^{-3} 이고, Si보다 큰 밴드 갭을 가지고 있는 GaAs에 대하여는 약 10^7cm^{-3} 이다. 따라서 실리콘에 대해서 np 곱은 전도도 형태(P형 혹은 N형) 및 도펀트 농도에 관계없이 10^{20}cm^{-6} 이다.

np 곱이 일정한 이유를 이렇게 설명할 수 있다. 전자-정공의 재결합 비율은 np 곱에 비례한다. $np = n_i^2$ 일 때, 재결합 비율과 전자-정공 쌍을 열적으로 생성하는 비율이 같아지는 일이 발생한다. 이는 수용액에서 그것이 강한 산성이든지, 강한 알칼리든지, 혹은 중성이든지 관계없이 $[\text{H}^+]$ 와 $[\text{OH}^-]$ 농도의 곱을 일정하게 유지시키는 질량 작용 원리와 동일하다.

반도체에서 전자와 정공의 농도는 보통 매우 다르다. N형 반도체에서, 풍부한 양의 전자를 **다수 캐리어**(majority carrier)라 부르고 거의 존재하지 않는 정공을 **소수 캐리어**(minority carrier)라고 부른다. P형 반도체에서는, 정공이 다수 캐리어이고 전자는 소수 캐리어이다.

예제 1-4

캐리어 농도

질문

10^{15}cm^{-3} 의 도너를 가진 N형 반도체에서 정공의 농도는 얼마인가?

$$p = \frac{n_i^2}{n} \approx \frac{10^{20}\text{cm}^{-3}}{10^{15}\text{cm}^{-3}} = 10^5\text{cm}^{-3}$$

풀이

각각의 이온화된 도너마다 전자가 생성된다. 따라서 $n = 10^{15}\text{cm}^{-3}$.

60°C 의 적정 온도 상승이 있을 때 n 은 같은 10^{15}cm^{-3} 에 머무르지만, n_i^2 이 식 (1.8.12)에 따라서 증가하기 때문에 p 는 약 2300배 정도 증가한다.

질문

P형 실리콘 웨이퍼에서 $p = 10^{17} \text{cm}^{-3}$ 이라면, n 은 얼마인가?

풀이

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{10^{20}}{10^{17}} = 10^3 \text{cm}^{-3}$$

예제 1-5

진성 페르미 준위

진성 반도체에서 $n = p$ 이다. 따라서 $E_c - E_F \approx E_F - E_v$ 이고 페르미 준위는 거의 밴드 갭의 중앙에 있으며, $E_F \approx E_c - E_g/2$ 이다. 이 준위를 **진성 페르미 준위**(intrinsic Fermi level)라고 하고, E_i 로 나타낸다. 여기서 E_i 에 대한 보다 정확한 표현식을 유도해 보자. 식 (1.8.12)를 $\ln n_i$ 에 대하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\ln n_i = \ln \sqrt{N_c N_v} - E_g/2kT$$

$n = n_i$ 인 진성 조건에 대하여 식 (1.8.5)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$n_i = N_c e^{-(E_c - E_i)/kT} \quad (1.8.14)$$

$$\therefore E_i = E_c - kT \ln \frac{N_c}{n_i} = E_c + kT \ln n_i - kT \ln N_c = E_c - \frac{E_g}{2} - kT \ln \sqrt{\frac{N_c}{N_v}} \quad (1.8.15)$$

$N_c = N_v$ 라고 하면 우리는 E_i 가 $E_c - E_g/2$ 인 중간 갭에 위치한다는 것을 알고 있다. 실리콘의 경우, E_i 는 중간 갭에 매우 가깝게 위치하고 식 (1.8.15)의 마지막 항은 크기가 작아서 단지 학문적 흥미에 그치게 된다.

1.9 n 과 p 의 일반적 이론

[그림 1-12]에 있는 얇은 도너 및 억셉터 준위(E_d 와 E_a)는 에너지 상태들이고, 그 에너지 상태가 전자에 의해 점유되는 것은 페르미 함수의 지배를 받는다. E_d 는 보통 E_F 위쪽으로 수 kT 만큼 떨어져 있으므로, 도너 준위에는 전자들이 거의 비어있다. 우리는 거의 모든 도너 원자들이 이온화가 되었다(여분의 전자들을 잃어버렸다)고 말한다. 유사하게, 모든 억셉터 원자들도 이온화된다. 간단히 하기 위해, 우리는 모든 얇은 도너 및 억셉터들이 이온화가 되었다고 가정할 수 있다.

도펀트 원자들의 완전 이온화

인(P) 원자가 10^{17}cm^{-3} 으로 도핑된 실리콘 샘플에서, 도너의 일부 중 얼마가 이온화되지 않는가(즉, 도너의 일부 중 얼마가 “여분의” 전자에 의해 점유되는가)?

풀이

먼저 모든 도너가 이온화되어 각 도너마다 하나의 전자를 전도 대역에 제공한다고 가정하자.

$$n = N_d = 10^{17}\text{cm}^{-3}$$

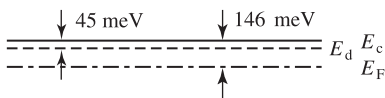
[예제 1-3]의 [그림 1-20]으로부터, E_F 는 E_c 아래 146meV에 위치한다. 도너 준위 E_d 는 인(P)의 경우 E_c 아래 45meV에 위치한다([표 1-2] 및 [그림 1-23] 참조).

도너가 이온화되지 않을 확률, 즉 “여분의” 전자에 의해 점유될 확률은 식 (1.7.1)에 따라 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{이온화 되지 않을 확률} &\approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{(E_d - E_F)/kT}} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{((146-45)\text{meV})/26\text{meV}}} = 3.9\% \end{aligned}$$

(분모에 있는 1/2 인자는 도너 원자가 업스핀 혹은 다운스핀의 두 전자를 보유할 수 있다는 복잡성으로부터 유래한다. 이것은 도너 상태가 전자에 의해 점유될 확률을 증가시킨다.)

따라서 완전한 이온화, 즉 $n = N_d$ 라고 가정하는 것이 타당하다.



E_v [그림 1-23] E_F 와 E_d 의 위치. 비율은 맞지 않다.

검토 N_d 가 증가하면서, E_F 는 E_d 쪽으로 올라가고 이온화되지 않을 확률은 매우 커질 수 있게 된다는 사실을 알아챘을 것이다. 실제로는 고농도 도핑이 된(즉, 도너 혹은 억셉터들이 서로 가깝게 위치할 때) 반도체에서 불순물 준위는 불순물 밴드(impurity band)로 넓어져서 전도 대역과 합쳐진다. 이것은 원자들이 결정을 형성하기 위해 서로 가까워질 때에 에너지 준위가 에너지 밴드로 넓어지는 것과 동일한 이유로 발생하는 것이다([그림 1-9] 참조). 불순물 밴드 내 전자들은 마찬가지로 전도 대역 내

에도 존재하게 된다. 따라서, $n = N_d$ (혹은 완전 이온화)라는 가정은 매우 높은 도핑 농도에서도 타당하게 적용할 수 있다. 동일한 결과가 P형 재료 내에서도 성립한다.

반도체 내에는 전하를 띤 종류가 4가지 형태로 존재한다. 이는 전자, 정공, 도너 양이온, 그리고 억셉터 음이온 형태이다. 이들 농도는 각각 기호 n, p, N_d, N_a 로 나타낸다. 일반적으로 모든 샘플은 순 전하량을 갖지 않는다. 전하 중성(charge neutrality)은 음전하 입자들과 양전하 입자들의 농도가 같을 때 성립한다.

$$n + N_a = p + N_d \quad (1.9.1)$$

식 (1.8.11)과 (1.9.1)을 n 과 p 에 대하여 풀면 각각 다음과 같다.

$$n = \frac{N_d - N_a}{2} + \left[\left(\frac{N_d - N_a}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2} \quad (1.9.2a)$$

$$p = \frac{N_a - N_d}{2} + \left[\left(\frac{N_a - N_d}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2} \quad (1.9.2b)$$

임의의 N_a 및 N_d 값에 대하여 n 과 p 를 계산할 수 있다는 점은 흥미롭지만, 식 (1.9.2)는 복잡해서 거의 사용하지 않는다. 대신 다음 두 경우 중의 하나는 거의 항상 타당하게 사용된다.

1. $N_a - N_d \gg n_i$ (즉, N형)

$$n = N_d - N_a \quad (1.9.3a)$$

$$p = n_i^2 / n \quad (1.9.3b)$$

특히 $N_d \gg N_a$ 일 때,

$$n = N_d \quad \text{및} \quad p = n_i^2 / N_d \quad (1.9.4)$$

2. $N_a - N_d \gg n_i$ (즉, P형)

$$p = N_a - N_d \quad (1.9.5a)$$

$$n = n_i^2 / p \quad (1.9.5b)$$

특히 $N_a \gg N_d$ 일 때,

$$p = N_a \quad \text{및} \quad n = n_i^2 / N_a \quad (1.9.6)$$

우리는 직관적으로 이전 절에서 식 (1.9.4)와 (1.9.6)이 사실이라고 가정하였다. 그러나 식 (1.9.3)과 (1.9.5)가 이보다 더 정확한 표현식이라는 것을 기억하는 것이 좋다. 우리는 식 (1.9.3a)로부터 엑셉터가 효과적으로 도너의 효력을 무효화할 수 있다는 것과 식 (1.9.5a)에서는 그 역이 성립한다는 사실을 알 수 있다. 이러한 효과를 **도펀트 보상(dopant compensation)**이라고 한다. P형 Si에서 출발한다 하더라도 일부분에 충분한 도너를 첨가함으로써 간단히 N형으로 변환하는 것이 가능하다. 이것은 복잡한 소자를 제작하기 위해 사용되는 기술 중의 하나이다.

예제 1-7

도펀트 보상

$N_d = 6 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 이고 $N_a = 2 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 인 Si 샘플에서 n 과 p 는 얼마인가? 추가적으로 $6 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 의 엑셉터가 주어진다면?

풀이

[그림 1-24(a)]에서 보는 바와 같이,

$$n = N_d - N_a = 4 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

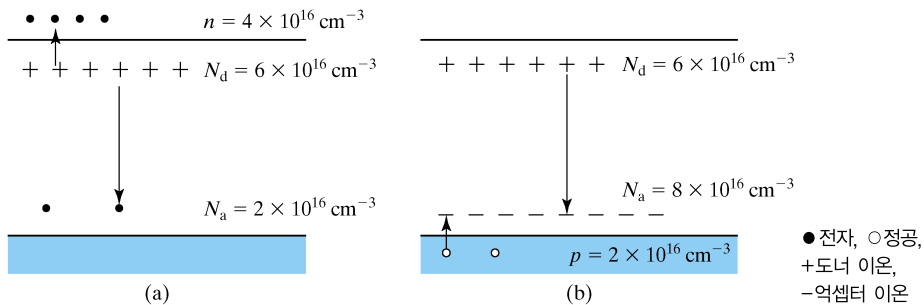
$$p = n_i^2 / n = 10^{20} / 4 \times 10^{16} = 2.5 \times 10^3 \text{cm}^{-3}$$

추가적으로 엑셉터를 도핑한 경우, $N_a = 2 \times 10^{16} + 6 \times 10^{16} = 8 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 이고, 정공은 다수 캐리어가 된다.

$$p = N_a - N_d = 8 \times 10^{16} - 6 \times 10^{16} = 2 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

$$n = n_i^2 / p = 10^{20} / (2 \times 10^{16}) = 5 \times 10^3 \text{cm}^{-3}$$

[그림 1-24(b)]에서와 같이 엑셉터를 추가한 것은 Si를 P형으로 변환시킨다.



[그림 1-24] 도펀트 보상에 대한 그래픽적인 도해

1.10 극고온과 극저온에서의 캐리어 농도

매우 높은 온도에서 n_i 는 큰 값이 되고(식 (1.8.12) 참조), $n_i \gg |N_d - N_a|$ 를 얻는 것이 가능하다. 그 경우에, 식 (1.9.2)는 다음과 같이 된다.

$$n = p = n_i \quad (1.10.1)$$

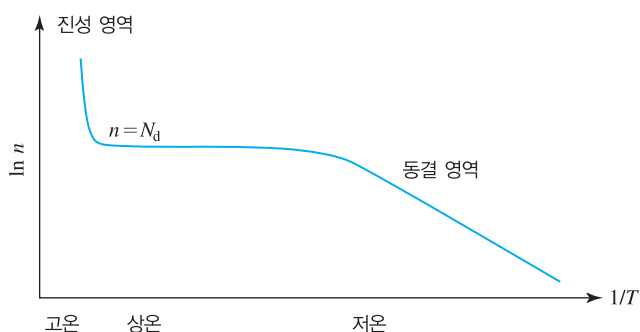
다른 말로 하면, 반도체는 매우 높은 온도에서 “진성(intrinsic)”이 된다.

다른 극한인 매우 낮은 온도에서 E_F 는 E_d 위로 올라가고, 그리고 대부분의 도너 원자들(혹은 P형 물질의 경우에는 억셉터 원자들)은 이온화가 되지 않은 상태로 남아있을 수 있다. 다섯 번째 전자는 도너에 머물러 있게 된다. 이 현상을 동결(freeze-out)이라고 부른다. 이 경우에, 도핑의 정도가 불순물 밴드를 형성할 만큼 충분히 높지 않으면(1.9절 참조), 도펀트는 전체적으로 이온화되지 않는다. 정확하게 해석하기는 복잡하지만, 그 결과는 다음과 같다[4].

$$n = \left[\frac{N_c N_d}{2} \right]^{1/2} e^{-(E_c - E_d)/2kT} \quad (1.10.2)$$

동결은, 저잡음과 고속 동작을 얻기 위해 반도체 소자를 가령 액체 질소 온도(77K)에서 동작시킬 때는 관심사가 된다.

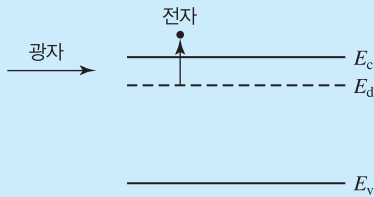
[그림 1-25]는 다수 캐리어 농도의 온도 의존성을 요약하고 있다. 진성 영역에서 곡선의 기울기는 $E_g/2k$ 이고, 동결 부분에서 기울기는(식 (1.10.2)에 의해) $(E_c - E_d)/2k$ 이다. 이 사실은 E_g 와 $E_c - E_d$ 를 결정하는 데 사용될 수 있다.



[그림 1-25] N형 반도체에서 넓은 범위의 온도 변화에 대한 캐리어 농도의 변화

종종 따뜻한 물체에서 방사되는 흑체 복사를 검출하거나 이미지를 찾을 필요가 있다. 이는 예를 들어 (피의 흐름을 제한하고 냉점이 생기게 하는) 종양을 찾기 위해, 혹은 불충분하게 절연된 빌딩의 창문을 찾기 위해, 혹은 밤중에 사람과 자동차를 검출하기 위해 필요하다. 이것은 약 0.1eV 근방의 광자 에너지에 반응하는 광 검출기를 필요로 한다. 이러한 목적을 위해 [그림 1-11]의 모드로 동작하는 HgPbTe 와 같은, 0.1eV 보다 작은 E_g 를 갖는 반도체 광전도체를 사용할 수 있다. 다른 방법으로는, [그림 1-26]의 동결 모드에서 동작하는 도핑된 Si와 같은 보다 일상적인 반도체를 사용할 수 있다. [그림 1-26]에서 광자가 없다면 동결되어 있겠지만, 적외선 광자들이 에너지를 제공하면 도너 원자들이 이온화되고 전도 전자들이 생성된다. 그 결과 검출기의 전기 저항이 낮아진다. 즉, 광전도도 현상이 발생한다.

[그림 1-26]에서 보는 바와 같이 충분히 긴 파장이거나 혹은 충분히 낮은 광자 에너지 $h\nu$ 를 가질 때, 빛은 더 이상 시료에 흡수되지 않을 것이다. 이 임계 값 $h\nu$ 는 $E_c - E_d$ 에 해당한다. 이것이 도펀트 이온화 에너지 $E_c - E_d$ 를 측정하는 방법이다.



[그림 1-26] 적외선 광자는 동결된 도너들을 이온화시켜 전도 전자들을 생성시킬 수 있다.

실리콘 결정에서, 각 Si 원자는 4개의 이웃 원자들과 공유 결합을 형성한다. 진성 Si 결정에는 적은 수의 이동성 전자와 정공이 존재한다. 그 전자와 정공의 농도는 진성 캐리어 농도인 n_i (Si의 경우 $\sim 10^{10} \text{cm}^{-3}$)와 같다. 결합(bond) 모델은, 왜 5족 원자들이 전자를 생성하고 도너로서 역할을 할 수 있는지, 그리고 왜 3족 원자들은 정공을 생성하고 억셉터로 동작할 수 있는지를 설명한다. 전자와 정공들은 동일한 중요성을 가진 입자들로 생각해야 하나, 각각 음의 전하량과 양의 전하량을 운반하며, 자유전자 질량의 일부분 값인 유효질량 m_n 과 m_p 를 갖는다는 것에 차이가 있다.

밴드(band) 모델은 반도체와 소자들을 정량적으로 해석하기 위해 필요하다. 가전자 대역과 전도 대역은 에너지 갭만큼 분리되어 있다. 이 밴드 갭은 Si의 경우 1.12eV이다. 열적 선동은 각 에너지 상태가 전자에 의해 점유될 일정 확률을 제공한다. 그 확률은 페르미 함수로 표현되는데, 이는 페르미 준위 E_F 보다 수 kT 이상 높은 E 에 대하여 간단히 $(E - E_F)/kT$ 의 지수 함수로 확률이 줄어드는 것을 나타낸다. E_F 는 다음과 같이 전자와 정공의 농도와 연관된다.

$$n = N_c e^{-(E_c - E_F)/kT} \quad (1.8.5)$$

$$p = N_v e^{-(E_F - E_v)/kT} \quad (1.8.8)$$

유효 상태 밀도인 N_c 와 N_v 는 약 10^{19}cm^{-3} 이다. 다수 캐리어 농도는 다음과 같다.

$$n = N_d - N_a : \text{N형 반도체} \quad (1.9.3a)$$

$$p = N_a - N_d : \text{P형 반도체} \quad (1.9.5a)$$

여기서 N_d 와 N_a 는 도너와 억셉터의 농도이고, 이들은 보통 완전히 이온화된다고 가정한다. 소수 캐리어 농도는 다음 식으로부터 계산될 수 있다.

$$np = n_i^2 \quad (1.8.11)$$

n_i 는 진성 캐리어 농도이고, 300K에서 Si의 경우 약 10^{10}cm^{-3} 이다. 그것은 E_g 와 T 의 함수이다.

자, 여러분은 이제 다음 장에서 어떻게 전자와 정공이 운동하고 전류를 생성하는지를 공부할 준비가 되었다.

➔ Chapter_01 연습문제

● 실리콘 결정의 시각화 ●

- 1.1 (a) 각 단위 셀에는 얼마나 많은 실리콘 원자가 있는가?
(b) 1 입방 센티미터 내에 얼마나 많은 실리콘 원자가 있는가?
(c) 단위 셀의 한 변의 길이(실리콘 격자상수)가 $5.43\text{\AA}$, Si 원자량은 28.1, 그리고 아보가드로의 수는 6.02×10^{23} 원자/mole이라고 할 때, 실리콘 밀도를 g/cm^3 로 계산하라.

● 페르미 함수 ●

- 1.2 (a) 열적 평형 조건 하에서, 만일 전자 상태가 페르미 준위에 위치한다면 그것이 점유될 확률은 얼마인가?
(b) E_F 가 E_c 에 위치한다면, $E_c + kT$ 에 위치한 상태에서 전자를 발견할 확률을 숫자로 답하라.
(c) $E_c + kT$ 에 위치한 상태가 채워질 확률이 $E_c + 3kT$ 에 위치한 상태가 비어있을 확률과 같다. 페르미 준위는 어디에 위치하는가?

- 1.3 (a) 만약 전자 상태가 페르미 준위에 위치한다면, 그것이 채워질 확률은 얼마인가?
(b) 전도 대역 가장자리(E_c)에 있는 상태가 채워질 확률이 가전자 대역 가장자리(E_v)에 있는 상태가 비어있을 확률과 정확히 일치한다면, 페르미 준위는 어디에 위치하는가?
(c) 맥스웰-볼츠만 분포는 종종 페르미-디랙 분포 함수를 근사화해서 사용할 때 이용된다. 동일한 좌표축을 사용하여, $(E - E_F)/kT$ 의 함수로 이 두 가지 분포를 스케치하라. 이때 오직 양(positive)의 $E - E_F$ 값만을 고려한다. $(E - E_F)/kT$ 값이 어떤 범위일 때 맥스웰-볼츠만 근사가 10% 내에서 정확한가?

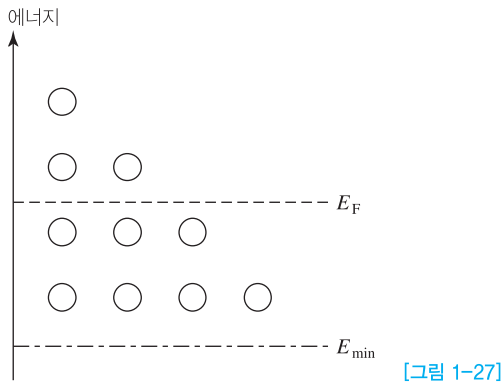
- 1.4 1.7.2절의 산소 농도 예제를 참조하라.

- (a) 질소가 산소보다 중량이 가볍다고 할 때, 해발 10km에서의 N_2 농도가 해수면에서 N_2 농도의 대략 25% 정도가 되는가?
(b) 해발 10km에서 O_2 농도에 대한 N_2 농도 비율은 얼마인가? 해수면에서 그 비율은 질소 대 산소가 4대 1이다.

- 1.5 페르미 준위보다 ΔE 만큼 위에 있는 에너지 상태가 점유될 확률이 페르미 준위보다 ΔE 만큼 아래에 있는 에너지 상태가 비어있을 확률과 같다는 것을 보여라.

$$f(E_F + \Delta E) = 1 - f(E_F - \Delta E)$$

- 1.6 (a) 상온(300K)에서의 페르미-디랙 분포 $f(E)$ 를 스케치하라. 또, 150K와 같은 더 낮은 온도에서의 $f(E)$ 도 스케치하라. (정성(定性)적으로 직접 손으로 그려라.)
- (b) 한 시스템에서의 상태 분포가 [그림 1-27]과 같이 주어졌다. 여기에서 각 원은 2개의 전자 상태(하나는 스핀업, 다른 하나는 스핀다운)를 표시한다. 각 전자 상태는 한 개의 전자에 의해 점유될 수 있다. $E_{\min}$ 아래에는 상태가 존재하지 않는다. 0 K에서의 페르미 준위가 [그림 1-27]에 주어져 있다. 이 시스템에는 얼마나 많은 전자가 존재하는가?



● 에너지 : 상태의 밀도 ●

- 1.7 전도 대역과 가전자 대역에서 캐리어 분포는 밴드 가장자리에 가까운 에너지에서 최고치가 되는 것을 주목하자([그림 1-20]의 캐리어 분포를 참조하라). 볼츠만 근사를 사용해서, 캐리어 분포가 최고치가 되는 에너지가 전도 대역과 가전자 대역 각각에 대하여 $E_c + kT/2$ 와 $E_v + kT/2$ 인 것을 보여라.
- 1.8 어떤 반도체에 대하여, 전도 대역과 가전자 대역에서 상태의 밀도는 각각 상수 A와 B이다. 비축퇴(non-degeneracy)라고 가정하자(즉, E_F 가 E_c 또는 E_v 의 근처에 있지 않다).
- (a) 전자와 정공들의 농도에 대한 표현식을 유도하라.
- (b) $A = 2B$ 라고 할 때, 300K에서 반도체의 중앙-밴드 갭에 관하여 진성 페르미 준위(E_i)의 상대적인 위치를 결정하라.
- 힌트** 다음 관계식이 유용할 것이다.

$$\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx = \Gamma(n) \quad (\text{감마 함수})$$

$$\Gamma(2) = \Gamma(1) = 1, \Gamma(3) = 2, \Gamma(4) = 6$$

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}, \Gamma(3/2) = 1/2\sqrt{\pi}, \Gamma(5/2) = 1/3\sqrt{\pi}$$

1.9 어떤 반도체에 대하여, 전도 대역과 가전자 대역에서 상태의 밀도는 각각 다음과 같다:

$D_c(E) = A \cdot (E - E_c) \cdot u(E - E_c)$ 및 $D_v(E) = B \cdot (E_v - E) \cdot u(E_v - E)$. 단위 계단 함수 $u(x)$ 는 $x < 0$ 일 때 $u(x) = 0$ 이고, $x > 0$ 일 때 $u(x) = 1$ 인 것으로 정의된다. 비축퇴라고 가정하자(즉, 너무 고농도로 도핑이 되어있지 않다). 이때 다음 식이 유용하게 사용될 것이다.

$$\int_0^{\infty} x e^{-x} dx = 1$$

(a) 페르미 에너지 E_F 의 함수로 전자와 정공들의 농도에 대한 표현식을 유도하라.

(b) $A = 2B$ 라고 할 때, 300K에서 진성 페르미 에너지를 계산하라.

1.10 맥스웰-볼츠만 분포 함수 $f(E) = e^{-(E-E_F)/kT}$ 는 페르미-디랙 함수의 근사식으로 종종 사용된다. 이 근사와 전도 대역에서 상태의 밀도가 $D_c(E) = A(E - E_c)^{1/2}$ 임을 이용하여 다음을 구하라.

(a) 전자를 가장 많이 발견하는 에너지($1/\text{cm}^3 \cdot \text{eV}$).

(b) 전도 대역 전자 농도(어떤 근사라도 적용된 것이 있으면 기술하라).

(c) $E = E_c + 40kT$ (300K에서 E_c 위 대략 1eV)에서의 전자 농도에 대한 위 (a)의 에너지에서 갖는 최고 전자 농도의 비율. 이 결과는 (b)에서 사용된 근사 중의 하나를 정당화하는가?

(d) 전자들의 평균 운동 에너지, $E - E_c$.

힌트 다음 관계식이 유용할 것이다.

$$\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx = \Gamma(n) \quad (\text{감마 함수})$$

$$\Gamma(2) = \Gamma(1) = 1, \Gamma(3) = 2, \Gamma(4) = 6$$

$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}, \Gamma(3/2) = 1/2\sqrt{\pi}, \Gamma(5/2) = 3/4\sqrt{\pi}$$

● 전자와 정공의 농도 ●

- 1.11** (a) 300K에서 Si 한 조각의 전자 농도가 10^5cm^{-3} 이다. 정공 농도는 얼마인가?
 (b) 불순물 농도 N_d 와 N_a 로 도핑된 반도체가 $N_d - N_a \gg n_i$ 이고, 모든 불순물이 이온화되었다. n 과 p 를 계산하라.
 (c) $T = 300\text{K}$ 의 실리콘 샘플에서, 페르미 준위가 진성 페르미 준위보다 $0.26\text{eV}(10kT)$ 위에 위치하고 있다. 전자와 정공의 농도는 얼마인가?
 (d) (c)의 실리콘 샘플에 대하여 $T = 800\text{K}$ 에서 전자와 정공의 농도는 얼마인가? 그리고 E_F 는 근사적으로 어디에 위치하는가? 여러분이 얻은 결과에 대해 의견을 말하라.

● 진성에 가까운 반도체 ●

- 1.12** 상온에서 게르마늄 샘플은 $n_i = 10^{13} \text{cm}^{-3}$, $n = 2p$, $N_a = 0$ 이다. n 과 N_d 를 계산하라.
- 1.13** Si 필름에 붕소 원자를 첨가하여 불순물 농도가 $4 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$ 이 되었다.
- (a) 이 필름의 전도도형(N형 혹은 P형)은 무엇인가?
 (b) 300K와 600K에서 열적 평형일 때, 전자와 정공의 농도는 얼마인가?
 (c) 왜 이동성 캐리어의 농도는 고온에서 증가하는가?
 (d) $T = 600\text{K}$ 라면, 페르미 준위는 어디에 위치하는가?

● 도펀트의 불완전한 이온화와 동결 ●

- 1.14** $T = 300\text{K}$ 에서 $N_d^+ - N_a^- = 3 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ 의 동일한 도핑 농도를 갖는 Si, Ge, GaAs의 샘플을 가지고 있다고 하자. 모든 도펀트는 이온화되었고, 물질은 온도에 대하여 가장 민감한 p 를 가진다고 가정하자(p 의 민감도는 $\delta p / \delta T$ 로 정의된다). E_g 와 소수 캐리어 농도 간의 관계에 관하여 여러분의 결론은 무엇인가? 민감도의 정의로서 $(\delta p / \delta T) / p$ 를 사용하여 이 문제를 반복하라.
- 1.15** N형 샘플 실리콘은 균일한 비소 농도($N_d = 10^{19} \text{cm}^{-3}$)를 갖고, P형 샘플 실리콘은 균일한 붕소 농도($N_a = 10^{15} \text{cm}^{-3}$)를 갖는다. 각각의 샘플에 대하여 다음을 계산하라.
- (a) 진성 농도 n_i 가 불순물 농도의 10배를 초과하는 온도
 (b) 300K에서 평형 상태일 때 소수 캐리어 농도. 불순물의 완전 이온화를 가정한다.

- (c) 300K에서 각각의 물질 내에서 가전자 대역 가장자리 E_v 에 대해 상대적인 페르미 준위 위치
- (d) 위 N형과 P형 두 불순물이 동일한 샘플에 존재한다고 할 때 전자와 정공의 농도 및 페르미 준위

1.16 실리콘 샘플이 $N_d = 10^{17}\text{cm}^{-3}$ 의 As 원자로 도핑되었다.

- (a) 300K에서 전자와 정공의 농도, 그리고 페르미 준위 위치(E_c 혹은 E_v 에 상대적인)는 얼마인가? (불순물의 완전 이온화를 가정하라.)
- (b) 계산된 페르미 준위를 사용하여 완전 이온화 가정을 점검하라(즉, 도너 상태가 전자에 의해 점유되어 그 결과 이온화되지 않을 확률을 찾으라). 도너 준위는 전도 대역 아래 50meV 위치에 놓여있다고(즉, $E_c - E_D = 50\text{meV}$) 가정하라.
- (c) $N_d = 10^{19}\text{cm}^{-3}$ 에 대하여 (a)와 (b)를 반복하라.
- 검토** 도핑 농도가 높을 때 도너(혹은 억셉터) 밴드가 형성되고, 이는 모든 도펀트 원자들이 전도에 기여하도록 해서 결국 “완전 이온화”는 훌륭한 근사가 된다.
- (d) $N_d = 10^{17}\text{cm}^{-3}$ 에 대하여 (a)와 (b)를 반복하라. 그러나 $T = 30\text{K}$ 이다. (이러한 상황을 도펀트 동결이라고 한다.)

1.17 도너로 균일하게 도핑된 (a) $N_d = 10^{18}/\text{cm}^3$, (b) $N_d = 10^{19}/\text{cm}^3$, (c) $N_d = 10^6/\text{cm}^3$ 의 N형 실리콘이 주어졌다고 할 때, 세 경우 모두 완전 이온화를 가정하여 상온에서 페르미 준위를 계산하라. 각각의 경우 계산된 페르미 준위와 연관해 볼 때 상기 완전 이온화 가정이 올바른 것인지 점검하라. 이것이 올바르지 않을 때, E_F 와 E_D 의 상대적 위치는 얼마인가? $E_c - E_D = 0.05\text{eV}$ 를 가정하라.

- [01] Shockley, W. *Electrons and Holes in Semiconductors*. Princeton, NJ : Van Nostrand, 1950.
- [02] Shur, M. *Physics of Semiconductor Devices*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, Inc., 1990.
- [03] Neamen, D. *Semiconductor Physics and Devices*, 3rd ed. New York : McGraw-Hill, 2003.
- [04] Smith, R. A. *Semiconductors*, 2nd ed. London: Cambridge University Press, 1979.
- [05] Streetman, B. G. *Solid State Electronic Devices*, 6th ed. Upper Saddle River, NJ : Prentice-Hall, Inc., 2006.
- [06] Pierret, R. F. *Modular Series on Solid State Devices*, Vol. I. Reading, MA : Addison-Wesley Publishing Co., 1983.
- [07] Sze, S. M. *Physics of Semiconductor Devices*, 2nd ed. New York : John Wiley & Sons, 1981.
- [08] Taur, Y., and T. H. Ning. *Fundamentals of Modern VLSI Devices*. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 1998.

● 일반 참고문헌 ●

- [01] Neamen, D. *Semiconductor Physics and Devices*, 3rd ed. New York : McGraw-Hill, 2003.
- [02] Streetman, B. G. *Solid State Electronic Devices*, 6th ed. Upper Saddle River, NJ : Prentice-Hall, Inc., 2006.